

Outage performanse maximal-ratio combining-a sa L grana za generalizirani $\kappa-\mu$ feding

Mirza Milišić, Mirza Hamza, Mesud Hadžialić, Member, IEEE

Sadržaj — Performanse maximal-ratio combinig-a (MRC) u feding kanalima su već duže vremena od interesa što se jasno može vidjeti po broju objavljenih radova na tu temu. Većina tih radova tretira Rayleigh-ev, Nakagami- m ili Rice-ov, Hoyt-ov ili Weibull-ov feding. Ovaj rad tretira outage performanse MRC-a u prisustvu generaliziranog $\kappa-\mu$ fedinga. S tim u vezi, u ovom radu će biti prezentiran model generalizirane $\kappa-\mu$ distribucije, izraz za njenu funkciju gustine vjerovatnoće (PDF), izraz za njenu kumulativnu funkciju vjerovatnoće (CDF), izraz za moment reda n i vjerovatnoću outage-a. Također će biti izveden izrazi za PDF i CDF signala na izlazu MRC kombajnera, te vjerovatnoću outage-a tog signala. Performanse MRC-a će biti prezentirane za različit broj grana u kombajneru putem Monte Carlo simulacija i teoretski dobivenih izraza.

Ključne riječi — Generalizirani $\kappa-\mu$ feding, maximal-ratio combining, outage, simulacije.

I. UVOD

PERFORMANSE maximal-ratio combining-a (MRC) u feding kanalima su već duže vremena od interesa što se jasno može vidjeti po broju objavljenih radova na tu temu. Većina tih radova tretira Rayleigh-ev, Nakagami- m ili Rice-ov, Hoyt-ov ili Weibull-ov feding [1], [2], [4]-[6]. Radi kompleksnosti izraza, većina radova tretira samo dual-branch combining. Također, ispitivane su performanse i selection combining-a, equal-gain combining-a, hybrid i switched combining-a. Ne umanjujući opštost, razmatrane su i situacije kada su grane kombajnera međusobno korelisane. Naime, u zavisnosti od sistema u kojem je kombajner implementiran, mora se voditi računa o korelaciji jer sistemi koji raspolažu sa limitiranim resursima (prostor, frekvencija, kompleksnost, itd.) ne mogu imati nekorelisane grane. Također, ne mora se uvijek desiti da se u svakoj grani javlja feding koji se podvrgava istoj distribuciji, ili čak ako se podvrgava istoj distribuciji ne moraju mu parametri biti isti u različitim granama. Ovaj rad tretira outage performanse MRC-a u prisustvu generaliziranog $\kappa-\mu$ fedinga [3] i [7]. Ovaj tip fedinga je

M.Milišić, Elektrotehnički fakultet u Sarajevu, BiH (tel: 387-61-480438; e-mail: mmilisic@etf.unsa.ba).

M.Hamza, Elektrotehnički fakultet u Sarajevu, BiH (tel: 387-61-201672; e-mail: mhamza@etf.unsa.ba).

M.Hadžialić, Elektrotehnički fakultet u Sarajevu, BiH (e-mail: mhadzalic@etf.unsa.ba).

odabran jer u sebi sadržava, kao specijalne slučajeve i Nakagami- m i Nakagami- n (Rice) feding, kao i sve one distribucije fedinga koje su njihovi specijalni slučajevi (npr. Rayleigh i jednostrani Gauss-ov feding). Štaviše, bit će pokazano da je suma kvadrata $\kappa-\mu$ distribucije također kvadrat $\kappa-\mu$ distribucije (ali sa drugim parametrima), što je idealan izbor za analizu MRC-a pogotovo kada se javlja slučaj da se u različitim granama kombajnera javljaju različiti tipovi fedinga (npr. u jednoj se grani javlja Rice-ov feding, a u drugoj grani Nakagami- m feding). S tim u vezi, u ovom radu će biti prezentiran model generalizirane $\kappa-\mu$ distribucije, izraz za njenu funkciju gustine vjerovatnoće (PDF), izraz za njenu kumulativnu funkciju vjerovatnoće (CDF), izraz za moment reda n i vjerovatnoću outage-a. Također će biti izveden izrazi za PDF i CDF signala na izlazu MRC kombajnera, te vjerovatnoća outage-a tog signala. Performanse MRC-a će biti prezentirane za različit broj grana u kombajneru putem Monte Carlo simulacija i teoretski dobivenih izraza.

II. FIZIKALNI MODEL I IZVOĐENJE $\kappa-\mu$ DISTRIBUCIJE

Model fedinga opisan $\kappa-\mu$ distribucijom razmatra signal sastavljen od klastera multipath talasa, koji propagiraju nehomogenom sredinom. Unutar svakog od tih klastera, faze rasutih talasa su slučajne veličine i ti talasi imaju slična vremena kašnjenja, koja su za različite klasterne relativno visoka. Pretpostavlja se da klasteri multipath talasa imaju jednake snage, ali da se u svakom od njih javlja dominantna komponenta koja ima proizvoljnu snagu. Za navedeni fizikalni model $\kappa-\mu$ distribucije, anvelopa R , se može predstaviti preko svojih komponenti u fazi i kvadraturi :

$$R^2 = \sum_{i=1}^n (X_i + p_i)^2 + \sum_{i=1}^n (Y_i + q_i)^2 \quad (1)$$

gdje su X_i i Y_i međusobno nezavisni Gauss-ovi procesi za koje važi da je $\overline{X_i} = \overline{Y_i} = 0$ i $\overline{X_i^2} = \overline{Y_i^2} = \sigma^2 \cdot p_i$ i q_i su srednje vrijednosti komponente u fazi i komponente u kvadraturi za i -ti, a n predstavlja broj klastera. Stavljujući da je $\gamma_i = R_i^2 = (X_i + p_i)^2 + (Y_i + q_i)^2$, formiramo pdf slučajne varijable γ_i kao :

$$f_{\gamma_i}(\gamma_i) = \frac{1}{2\sigma^2} \cdot \exp\left(-\frac{\gamma_i + d_i^2}{2\sigma^2}\right) \cdot I_0\left[\frac{d_i\sqrt{\gamma_i}}{\sigma^2}\right] \quad (2)$$

gdje je $d_i^2 = p_i^2 + q_i^2$, a $I_0(\bullet)$ je Bessel-ova modificirana funkcija prve vrste reda 0 [10, Eq. 9.6.16]. Laplace-ova transformacija pdf-a slučajne varijable γ_i se dobije koristeći [10, Eq. 29.3.81] :

$$L\{f_{\gamma_i}(\gamma_i)\} = \frac{1}{1+2s\sigma^2} \cdot \exp\left(-\frac{sd_i^2}{1+2s\sigma^2}\right) \quad (3)$$

gdje je s kompleksna frekvencija (Laplace-ova varijabla). Pošto su $\gamma_i, i=1,2,\dots,n$, nezavisne slučajne varijable, Laplace-ova transformacija pdf-a slučajne varijable γ je data sa :

$$L\{f_{\gamma}(\gamma)\} = \prod_{i=1}^n L\{f_{\gamma_i}(\gamma_i)\} = \frac{\exp\left(-\frac{sd^2}{1+2s\sigma^2}\right)}{(1+2s\sigma^2)^n} \quad (4)$$

gdje je $d^2 = \sum_{i=1}^n d_i^2$. Inverzija navedenog izraza je data u [10, Eq. 29.3.81] :

$$f_{\gamma}(\gamma) = \frac{1}{2\sigma^2} \cdot \left(\frac{\gamma}{d^2}\right)^{\frac{n-1}{2}} \cdot \exp\left(-\frac{\gamma+d^2}{2\sigma^2}\right) \cdot I_{n-1}\left(\frac{d\sqrt{\gamma}}{\sigma^2}\right). \quad (5)$$

Može se primjetiti da je $\Omega = \overline{R^2} = \bar{\gamma} = 2n\sigma^2 + d^2$ i da je $\overline{R^4} = \overline{\gamma^2} = 4n\sigma^4 + 4\sigma^2d^2 + (2n\sigma^2 + d^2)^2$. Zbog toga je $\text{Var}(R^2) = \text{Var}(\gamma) = 4n\sigma^4 + 4\sigma^2d^2$. Definišemo

$\kappa = \frac{d^2}{2n\sigma^2}$ kao odnos između ukupne snage dominantnih komponenti i ukupne snage raspršenih talasa. Tada je ,

$$\frac{(\overline{R^2})^2}{\text{Var}(R^2)} = \frac{(\bar{\gamma})^2}{\text{Var}(\gamma)} = n \frac{(1+\kappa)^2}{(1+2\kappa)}. \quad (6)$$

Iz jednačine (6), primjećujemo da se n može izraziti preko fizikalnih parametara, kao što je srednja kvadratna vrijednost snage, varijansa snage, i odnosa ukupne snage dominantnih komponenti i ukupne snage raspršenih talasa primljenog signala. Primijetimo takođe da su fizikalni parametri kontinualne prirode, dok je n diskretne prirode. Prihvatljivo je pretpostaviti da ako su ovi parametri dobiveni mjerjenjima na terenu, odnosi definisani u jednačini (6) će sigurno voditi rezultatima koji će se razlikovati od tačnog n . Postoji više razloga za navedeno. Jedan od njih i vjerovatno najznačajniji je taj da iako je predloženi model opšti, on je ustvari približno rješenje za takozvani problem „slučajne faze“ (pogledati [7]), kao što su i drugi dobro poznati modeli fadinga. Limitacije modela mogu se postaviti blaže definisanjem μ kao :

$$\mu = \frac{(\overline{R^2})^2}{\text{Var}(R^2)} \cdot \frac{(1+2\kappa)}{(1+\kappa)^2} = \frac{(\bar{\gamma})^2}{\text{Var}(\gamma)} \cdot \frac{(1+2\kappa)}{(1+\kappa)^2} \quad (7)$$

gdje je μ realno produženje n . Necjelobrojne vrijednosti parametra μ se mogu desiti za slučajeve a) ne-nulte korelacije između klastera multipath komponenti; b) ne-nulte korelacije između komponenti u fazi i kvadraturi u svakom klasteru; c) ne-Gauss-ovske prirode komponente u fazi i kvadraturi „degradiranog“ signala svakog klastera,

između drugih faktora. Necjelobrojne vrijednosti klastera se mogu naći u praksi i iscrpno prikazani u literaturi (vidjeti, npr. [11] i reference u njoj). Koristeći definicije i razmatranja data ranije, i koristeći transformaciju varijabli i niz algebarskih manipulacija, $\kappa - \mu$ funkcija gustine vjerovatnoće snage se može izraziti iz jednačine (5) kao :

$$f_{\gamma}(\gamma) = \frac{\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \cdot \exp(\mu\kappa) \cdot \Omega^{\frac{\mu+1}{2}}} \cdot \gamma^{\frac{\mu-1}{2}} \times \exp\left[-\frac{\mu(1+\kappa)\gamma}{\Omega}\right] \cdot I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\frac{\kappa(1+\kappa)\gamma}{\Omega}}\right] \quad (8)$$

. $\kappa - \mu$ funkcija gustine vjerovatnoće envelope može biti napisana iz jednačine (8) kao

$$f_R(R) = \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \cdot \exp(\mu\kappa) \cdot \Omega^{\frac{\mu+1}{2}}} \times \exp\left[-\frac{\mu(1+\kappa)R^2}{\Omega}\right] \cdot I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\frac{\kappa(1+\kappa)}{\Omega}}R\right].$$

Kumulativna funkcija distribucije (Cumulative Distribution Function - CDF) je onda data sa :

$$F_{\gamma}(\gamma) = \int_0^{\gamma} f_{\gamma}(x) dx = 1 - Q_{\mu}\left[\sqrt{2\kappa\mu}, \sqrt{\frac{2(\kappa+1)\mu\gamma}{\Omega}}\right] \quad (9)$$

gdje je $Q_{\nu}(a,b) = \frac{1}{a^{\nu-1}} \int_b^{\infty} x^{\nu} \cdot \exp\left(-\frac{x^2+a^2}{2}\right) \cdot I_{\nu-1}(ax) \cdot dx$

generalizirana Marcum-ova Q funkcija [13].

Koristeći [8, Eq. 03.02.26.0008.01, 07.34.21.0011.01 i 07.34.03.0272.01] respektivno, moment reda n je dat u zatvorenoj formi kao :

$$\overline{R^n} = \frac{\Gamma(\mu+n/2)}{\Gamma(\mu) \exp(\mu\kappa)} \cdot \left(\frac{\Omega}{(1+\kappa)\mu}\right)^{n/2} \cdot {}_1F_1(\mu+n/2; \mu; \mu\kappa)$$

, gdje je $\Gamma(\bullet)$ gamma funkcija [14, Eq 6.1.1], a ${}_1F_1(\bullet; \bullet; \bullet)$ predstavlja konfluentnu hipergeometrijsku funkciju [10, Eq. 13.1.2].

III. $\kappa - \mu$ MRC KOMB AJNER

Principijelno, postoje četiri tehnike kombajninga [9] koje ovise o restrikcijama sa aspekta kompleksnosti strukture, te o količini informacija o stanju kanala (Channel State Information - CSI) koje posjeduјemo u zadanom trenutku na prijemniku. Kao što je pokazano u [9, Chap.7], u odsustvu interferencije, MRC je optimalna šema kombajninga (neovisno o statistici feedinga), ali je ujedno i jako kompleksna pošto zahtijeva poznavanje svih parametara feeding kanala (amplituda, faza i kašnjenje). Pošto je neophodno poznavanje amplitude feedinga za primjenu MRC-a, ova šema se može koristiti u kombinaciji sa modulacionim formatima gdje signali u konstelaciji nemaju jednake energije, npr. M-QAM ili bilo koja druga amplitudsko – fazna modulacija. U ovoj sekciji razmatrat ćemo MRC prijemnik sa L grana. Kao što je navedeno u [9] ovaj prijemnik je optimalni multikanalni prijemnik, bez obzira na statistike feedinga u raznim granama, zato što rezultira ML prijemnikom [9, Chap. 7]. Za jednake

apriorne vjerovatnoće simbola, ukupan SNR na izlazu MRC-a je dat sa [12 , p. 246, Eq. (5.98)] : $\gamma = \sum_{j=1}^L \gamma_j$, gdje je γ_j trenutni SNR u i-toj grani MRC kombajnera. Ponavljajući istu proceduru kao u prethodnoj sekciji, izražavajući posljednju relaciju preko komponenti u fazi i kvadraturi dobijemo :

$$\gamma = \sum_{j=1}^L \gamma_j = \sum_{j=1}^L R_i^2 = \sum_{j=1}^L \sum_{i=1}^n R_{i,j}^2 \quad (10)$$

gdje član $R_{i,j}^2$ predstavlja ukupnu snagu i-tog klastera koja se manifestuje u j-toj grani kombajnera. Na osnovu ranije izvedenog možemo pisati :

$$\gamma = \sum_{j=1}^L \sum_{i=1}^n (X_{i,j} + p_{i,j})^2 + (Y_{i,j} + q_{i,j})^2. \quad (11)$$

Ponavljajući istu proceduru kao u prethodnoj sekciji, na osnovu (1), (2), (3) i (4) PDF slučajne varijable γ dobijemo kao :

$$L\{f_\gamma(\gamma)\} = \prod_{j=1}^L L\{f_{\gamma_j}(\gamma_j)\} = \frac{\exp\left(-\frac{sd^2}{1+2s\sigma^2}\right)}{(1+2s\sigma^2)^{L\cdot n}} \quad (12)$$

gdje je $d^2 = \sum_{j=1}^L d_j^2$. Praveći inverznu Laplaceovu transformaciju, dobijemo da je :

$$f_\gamma(\gamma) = \frac{L\mu(1+\kappa)^{\frac{L\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{L\mu-1}{2}} \cdot \exp(L\mu\kappa) \cdot (L\Omega)^{\frac{L\mu+1}{2}}} \cdot \gamma^{\frac{L\mu-1}{2}} \times \exp\left[-\frac{\mu(1+\kappa)\gamma}{\Omega}\right] \cdot I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{L\frac{\kappa(1+\kappa)\gamma}{\Omega}}\right] \quad (13)$$

Primjetimo da kada sumiramo L kvadrata kappa-mi distribucije, opet dobijemo kvadrat kappa-mi distribucije, tj. signal na izlazu MRC-a je također kappa-mi distribuiran sa parametrima :

$$\mu_{MRC} = L \cdot \mu, \kappa_{MRC} = \kappa, \Omega_{MRC} = L \cdot \Omega.$$

Izraz za CDF je dat sa :

$$F_\gamma(\gamma) = \int_0^\gamma f_\gamma(x) dx = 1 - Q_{L\mu}\left[\sqrt{2L\kappa\mu}, \sqrt{\frac{2(\kappa+1)\mu\gamma}{\Omega}}\right].$$

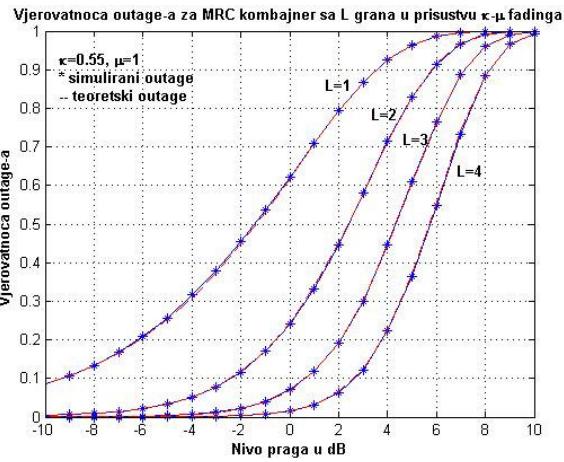
Za zadatu vrijednost praga snage, γ_{th} , vjerovatnoća outage-a je data sa :

$$P_{out}(\gamma_{th}) = F_\gamma(\gamma_{th}) = \int_0^{\gamma_{th}} f_\gamma(x) dx = 1 - Q_{L\mu}\left[\sqrt{2L\kappa\mu}, \sqrt{\frac{2(\kappa+1)\mu\gamma_{th}}{\Omega}}\right]. \quad (14)$$

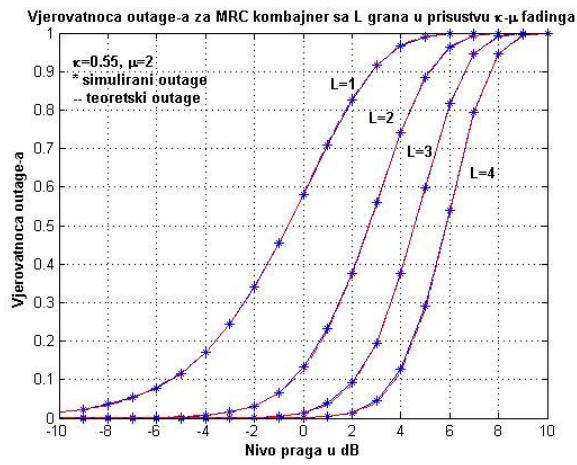
IV. SIMULACIJE I DISKUSIJA REZULTATA

Kao što je već rečeno, outage performanse MRC kombajnera će biti ispitane korištenjem teorijski dobivenih izraza (14), te Monte Carlo simulacija. Bit će

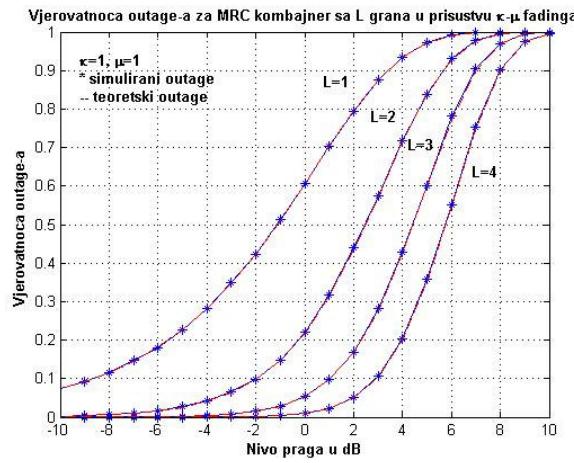
prikazan teorijska i simulacijska vjerovatnoća outage-a u funkciji nivoa praga izraženog u decibelima koji se kreće od -10 dB do 10 dB. Slike 1-8 jasno pokazuju da su dobiveni teoretski izrazi korektni jer rezultati simulacije se jako dobro poklapaju sa rezultatima dobivenim putem teoretskih izraza. Na slikama 1-6 je prikazana vjerovatnoća outage-a za $L = 1, 2, 3, 4$, $\kappa = 0.55, 1, 2$ i $\mu = 1, 2$. Za fiksne vrijednosti parametara κ i μ komparirane su vjerovatnoće outage-a za navedene vrijednosti broja grana kombajnera L . Lako se sa slika 1-6 zaključuje da za fiksne vrijednosti parametara κ i μ nema smisla mnogo povećavati broj grana (to čak u mnogim slučajevima nije ni ekonomski ni tehnološki opravdano), te da se najveći dobitak dobiva kada se sa jedne grane pređe na dvije grane, tj. na dual-branch combining. Parametri distribucije također imaju veliki uticaj na vjerovatnoću outage-a. Kada se parametar κ povećava P_{out} se smanjuje. Naime, ovo je bilo i za očekivati jer parametar κ predstavlja odnos snaga dominantnih i rasutih komponenti. S druge strane, μ predstavlja fading severity parametar i odnosi se na dubinu fedinga. Što je paramtar μ manji to je dubina fedinga veća i veća je vjerovatnoća outage-a. Sa slika 1-6 jasno vidimo da kada je κ fiksno, a μ raste, da je i strmina krive outage-a veća. Za dual-branch combining, tj. za $L=2$, ponašanje P_{out} za različite vrijednosti parametara κ i μ možemo uočiti sa slika 7 i 8. Na slici 7 κ je fiksno, a μ se mijenja, dok je na slici 8 obratna situacija. Primjećujemo da postoji jedna tačka u kojoj se sve krive sijeku i određena je jednim parametrom (κ ili μ) i fiksnim brojem grana L . U toj tački je za sve krive (sa slika 7 ili 8) ista vrijednost P_{out} za istu vrijednost nivoa praga. Ova tačka je tačka prevoja, tj. infleksije. Fizikalno je možemo protumačiti kao onu vrijednost nivoa praga do koje je dominantna dinamika kanala, odnosno od koje je dominantna realna osjetljivost prijemnika. Naime, za manje vrijednosti κ i μ dinamika u kanalu je veća. Ako je prag relativno visok onda je logično da uz veću dinamiku kanala imamo manji outage nego u slučaju manje dinamike kanala.



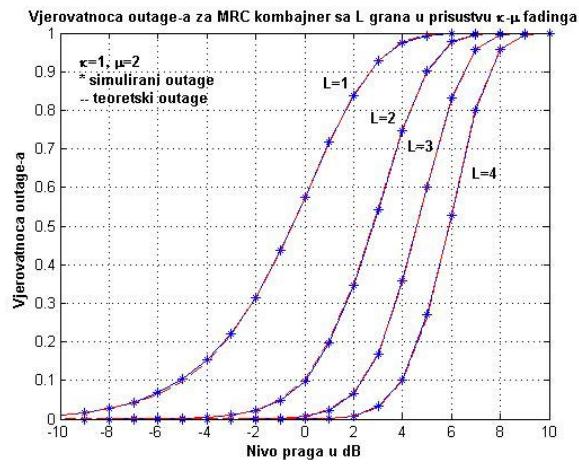
Slika 1.



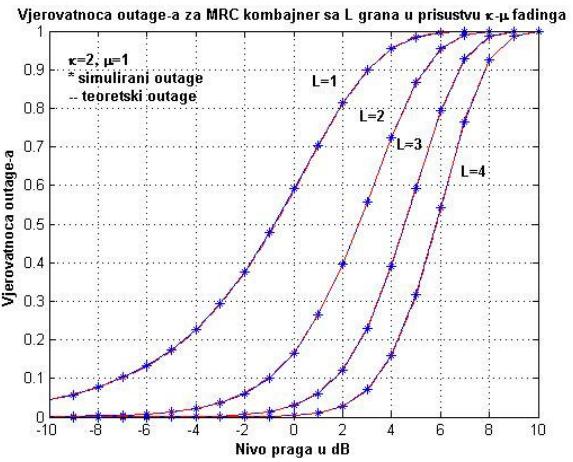
Slika 2.



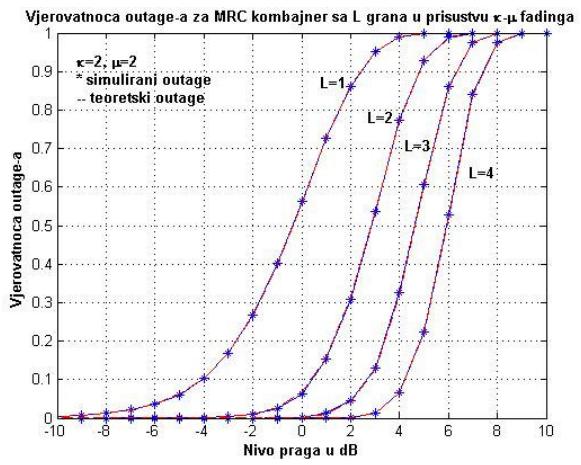
Slika 3.



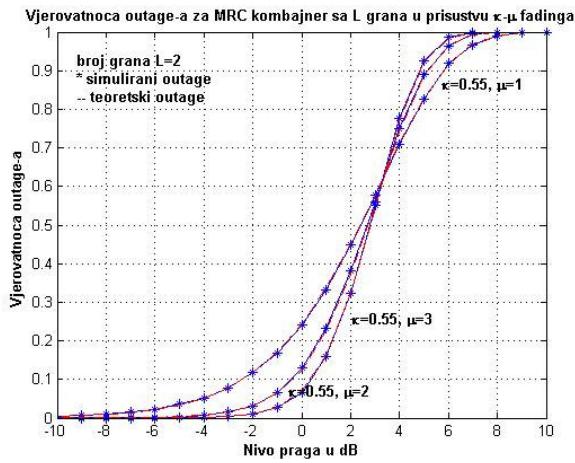
Slika 4.



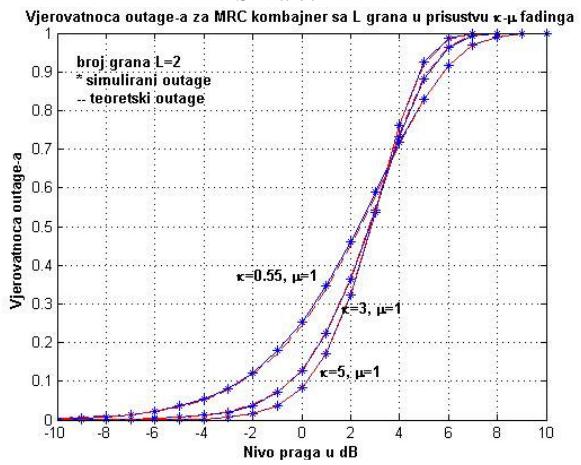
Slika 5.



Slika 6.



Slika 7.



Slika 8.

ABSTRACT

LITERATURA

- [1] S.W. Kim, Y.G. Kim, M.K. Simon, "Generalized selection combining based on the log-likelihood ratio", 2003. ICC '03. IEEE International Conference on Communications, 11-15 May 2003 pp. 2789 - 2794 vol.4
- [2] W.A. Annamalai, C. Tellambura, "Analysis of hybrid selection/maximal-ratio diversity combiners with Gaussian errors", Wireless Communications, IEEE Transactions on Volume 1, Issue 3, Jul 2002, pp. 498 - 511
- [3] H.J.C.S. Santos Filho, M.D. Yacoub, "Highly accurate $\kappa-\mu$ approximation to sum of M independent non-identical Ricean variates", Electronics Letters Volume 41, Issue 6, 17 March 2005, pp. 338 - 339
- [4] D.B. da Costa, M.D. Yacoub, G. Fraidenraich, "Second-order statistics for diversity-combining of non-identical, unbalanced, correlated Weibull signals", Microwave and Optoelectronics, 2005 SBMO/IEEE MTT-S International Conference on, 25-28 July 2005, pp. 501 – 505
- [5] G. Fraidenraich, M.D. Yacoub, J.C.S. Santos Filho, "Second-order statistics of maximal-ratio and equal-gain combining in Weibull fading", Communications Letters, IEEE Volume 9, Issue 6, Jun 2005, pp. 499 – 501
- [6] G. Fraidenraich, J.C.S. Santos Filho, M.D. Yacoub, "Second-order statistics of maximal-ratio and equal-gain combining in Hoyt fading", Communications Letters, IEEE Volume 9, Issue 1, Jan. 2005, pp. 19 - 21
- [7] M.D. Yacoub, "The $\kappa-\mu$ Distribution and the $\eta-\mu$ Distribution", IEEE Antennas and Propagation Magazine Volume 49, No. 1, Feb 2007, pp. 68 – 81
- [8] The Wolfram functions web site : <http://functions.wolfram.com>
- [9] M.K. Simon, M.-S. Alouini, „Digital Communications over Fading Channels“, second edition, Wiley, 2005.
- [10] M. Abramowitz, I.A. Stegun, „Handbook of Mathematical Functions“, Washington, DC, US Dept. of Commerce, National Bureau of Standards, 1972.
- [11] H. Asplund, A.F. Molisch, M. Steinbauer and N.B. Mehta, „Clustering of Scatterers in Mobile Radio Channels – Evaluation and Modeling in the COST259 Directional Channel Model“, IEEE International Conference on Communications, ICC 2002, New York, April-May 2002.
- [12] G.L. Stuber, „Principles of Mobile Communications“, Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [13] J.I. Marcum, „A Statistical Theory of Target Detection by Pulsed Radar“, Project RAND, Douglas Aircraft Company, Inc., RA-15061, Dec. 1947.

Maximal-ratio combining (MRC) performances in fading channels have been of interest for a long time which can be seen by a number of papers concerning this topic. Most of these papers treat Rayleigh, Nakagami- m , Hoyt, Rice or Weibull fading. This paper treats outage performances of MRC in presence of generalized $\kappa-\mu$ fading. In this paper we will present $\kappa-\mu$ fading model, probability density function (PDF), cumulative distribution function (CDF), expression for n -th order moment and outage probability. We will also present PDF, CDF and outage probability of the L-branch MRC output. Outage performances of the MRC will be presented for different number of branches via Monte Carlo simulations and theoretical expressions.

Outage performance of L-branch maximal-ratio combining for generalized kappa-mi fading model

Mirza Milišić, Mirza Hamza, Mesud Hadžalić