

Dinamičke karakteristike MIMO sistema sa višekanalnim bimformingom

Predrag N. Ivaniš, *Student Member, IEEE*, Dušan B. Drajić, *Member, IEEE*, Branka S. Vučetić, *Fellow, IEEE*

Sadržaj — U ovom radu predložen je Markovljev model kojim se mogu adekvatno opisati statičke i dinamičke karakteristike višesantenskih sistema. Pokazano je da su parametri opisanog analitičkog modela određeni funkcijom gustine verovatnoće i učestanošću preseka nivoa odnosa signal-šum na izlazu posmatranog ortogonalnog podkanala. Primenom razvijenog modela, određena je prosečna dužina paketa grešaka koje se javljaju pri prenosu kroz podkanale i navedena je jedna moguća primena dobijenih rezultata. Rezultati su potvrđeni Monte Karlo simulacijama.

Glavne reči — Markovljevi modeli, učestanost preseka nivoa, višesantenski sistemi, višekanalni bimforming.

I. UVOD

ZBOG velike zauzetosti dostupnog frekvencijskog opsega, tokom poslednjih decenija javila se potreba za postupkom kojim bi se uvećala spektralna efikasnost i na taj način omogućio efikasan prenos multimedijalnih sadržaja u bežičnim telekomunikacionim sistemima. Imajući u vidu osnovne postulate teorije informacija [1], ovaj cilj nije lako postići a da se znatno ne poveća izračena snaga ili kompleksnost sistema.

Početakom devedesetih godina prošlog veka, pokazano je da se povećanje kapaciteta kanala sa fedingom može elegantno ostvariti postavljanjem većeg broja antena na predajnoj i prijemnoj strani linka (*Multiple Input Multiple Output - MIMO*). U pionirskim radovima [2, 3] pokazano je da se, u slučaju da su antenski elementi dovoljno razmaknuti, kapacitet višesantenskog sistema multiplicira sa povećanjem broja predajnih i prijernih antena. Sa druge strane, na ovaj način se može znatno povećati red diverzitetija i povećati pouzdanost prenosa. Ovi rezultati prvi put su praktično potvrđeni u Bell laboratorijama realizacijom telekomunikacionog sistema zasnovanog na prostornom multipleksiranju [4]. Od tada su predložena i druge tehnike pomoću kojih se mogu znatno poboljšati performanse višesantenskih sistema. Tako se prostorno-vremenski kodovi [5, 6] i bimforming postupak [7] primenjuju u mobilnim sistemima treće generacije.

Trenutno je u završnoj fazi izrada standarda za primenu MIMO tehnologije u lokalnim bežičnim mrežama (*Wireless Local Area Networks - WLAN*). Tipičan primer za ovo je IEEE 802.11n standard [8], koji predviđa konfiguracije od po maksimalno četiri predajne i prijemne antene. Iako konkretna rešenja još nisu izabrana, očekuje se da će u

tipičnom modu rada biti primenjeno prostorno-vremensko kodovanje bazirano na Alamutijevom postupku [9] sa po dve predajne i prijemne antene, čime se očekuje ostvarenje informacionog protoka od 248 Mb/s. Primena MIMO tehnologije preporučena je i u standardu IEEE 802.16e, poznatijem kao mobilni *WiMax* [10].

Nedavno je predložena tehnika kojom se MIMO kanal transformiše u skup ortogonalnih (međusobno razdvojenih) podkanala, nazvana višekanalni bimforming [11]. Poznato je da je ova tehnika, kada je poznavanje stanja u kanalu (*Channel State Information - CSI*) savršeno precizno, teorijski optimalna po pitanju kapaciteta [3]. U poslednje vreme, ulažu se veliki naponi u cilju razvoja praktičnih sistema kod kojih bi se podaci prenosili kroz ortogonalne podkanale višesantenskog sistema [12]. Kako poznavanje stanja u kanalu nikad nije savršeno precizno, pre svega zbog kašnjenja koje unosi kanal povratne sprege, u nastavku će biti razmatrane performanse ovakvog sistema za realne uslove prenosa. U analizi koja sledi razmatra se prenos kroz samo jedan frekvencijski podkanal sistema sa ortogonalnim frekvencijskim multipleksiranjem (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing - OFDM*) a rezultati se mogu lako generalizovati kada je poznat frekvencijski profil kanala. Biće razmatrani sistemi paketskog tipa u kojima postoji slaba mobilnost korisnika i izražena vremenska korelacija fedinga, što u slučaju lokalnih bežičnih mreža svakako jeste slučaj.

Posebna pažnja će upravo biti posvećena određivanju dinamičkih karakteristika višesantenskih sistema. Naime, ako se odnos signal-šum menja sporo, tada postoji i vremenska zavisnost između pojačanja uzastopno poslatih paketa. Ovaj efekat ne utiče na nivo verovatnoće greške ako se detekcija obavlja na nivou pojedinačnih paketa. Međutim, u tehnikama kodovanja sa korekcijom grešaka ili automatske retransmisije paketa (*Automatic Repeat Request - ARQ*), više paketa se međusobno kombinuje u cilju poboljšanja performansi [13]. U tom slučaju, efekat memorije može dovesti do degradacije karakteristika sistema, naročito u trenucima pojave dugotrajnih intervala dubokog fedinga. Stoga se često, primenom interlivinga, namerno "briše" memorija bežičnog kanala. Sa druge strane, poznato je da povratna spreaga može uvećati kapacitet ali samo u slučaju da kanal ima memoriju [14, 15]. U slučaju da su pored statičkih poznate i dinamičke karakteristike odnosa signal-šum, kanal se može opisati analitičkim modelom koji bi omogućio dizajn tehnike prenosa koja koristi prednosti efekta memorije.

Koristeći izraze za funkciju gustine verovatnoće (PDF) i učestanosti preseka nivoa (LCR) odnosa signal-šum na izlazu kanala, u ovom radu je razvijen Markovljev model kojim se opisuje fizički sloj svakog od ortogonalnih podkanala višesantenskog sistema.

Predrag N. Ivaniš, Elektrotehnički fakultet u Beogradu, Srbija (telefon: 3218-377; e-mail: predrag.ivanis@etf.bg.ac.yu).

Dušan B. Drajić, Elektrotehnički fakultet u Beogradu, Srbija (telefon: 3218-381; e-mail: draji@kondor.etf.bg.ac.yu).

Branka S. Vucetic, School of Electrical and Information Engineering University of Sydney, NSW, Australia (e-mail: branka@ee.usyd.edu.au).

Pokazano je da predloženi model, pored statičkih, dobro opisuje i dinamičke karakteristike posmatranog sistema. Konačno, navedena je jedna moguća primena razvijenog analitičkog modela na procenu spektralne efikasnosti MIMO sistema kod koga se pri prenosu kroz podkanale primenjuje ARQ procedura tipa "vрати se za N". Za sve analizirane veličine dati su numerički rezultati i odgovarajući komentari.

II. MODEL KANALA I SISTEMA

U ovom radu će biti pretpostavljeno da je propusni opseg kanala dovoljno uzak, tako da je feding u čitavom opsegu učestanosti od interesa ravan (frekvencijski neselektivan). Zato je usvojen standardni linearni model [16], u kome se višeantenski telekomunikacioni kanal posmatra kao jednokorisnički uskopojasni kanal sa n_T predajnih i n_R prijemnih antena. Neka je predajni signal predstavljen vektorom \mathbf{x} sa n_T vrsta i jednom kolonom a prijemni signal, označen sa \mathbf{y} , predstavljen vektorom sa n_R vrsta i jednom kolonom. Ako se sa \mathbf{H} označi prenosna matrica MIMO kanala dimenzija $n_R \times n_T$ a sa \mathbf{n} vektor šuma dimenzija $n_R \times 1$, signal na strani prijema postaje

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}. \quad (1)$$

Kompleksni faktori pojačanja telekomunikacionog kanala od predajne antene k do prijemne antene i , u oznaci $h_{i,k}$ predstavljaju elemente matrice \mathbf{H} . U daljoj analizi će se koristiti Rajssov model MIMO kanala, kod koga je prenosna matrica definisana izrazom

$$\mathbf{H} = \varepsilon \sqrt{K} \mathbf{H}^{\det} + \varepsilon \mathbf{H}^{\text{sl}}, \quad (2)$$

pri čemu su deterministička i slučajna komponenta označene indeksima. Snaga slučajne komponente određena je Rajsovim K -faktorom

$$\varepsilon = \sqrt{1/(1+K)}. \quad (3)$$

Kada nema prostorne korelacije, svaki element matrice \mathbf{H}^{sl} može se posmatrati kao kompleksni slučajni process koji ima Gausovu raspodelu nulte srednje vrednosti i jedinične varijanse. Smatra se da je ovaj proces vremenski promenljiv sa autokorelacionom funkcijom [17, 18]

$$C^{\text{sl}}(\tau) = E \{ h_{i,k}^{\text{sl}}(t+\tau) (h_{i,k}^{\text{sl}}(t))^* \} = J_0(2\pi f_m \tau), \quad (4)$$

gde $J_0(\cdot)$ označava Beselovu funkciju nultog reda prve vrste.

U ovom radu smatraćemo da je deterministička komponenta matrice \mathbf{H} formirana na osnovu "modela jediničnog ranga" (*rank-one model*) pri kome je [16]

$$\mathbf{H}^{\det} = \mathbf{a}(\theta_r) \mathbf{a}(\theta_t)^T, \quad (5)$$

gde su $\mathbf{a}(\theta_r)$ i $\mathbf{a}(\theta_t)^T$ deterministički odzivi antenskih nizova na strani predaje i prijema. Ako su antenski nizovi linearni i sastavljeni od po L_0 elemenata, odzivi imaju oblik

$$\mathbf{a}(\theta) = \exp(j2\pi(L_0 - l)d_\lambda \cos \theta), \quad l = 1, 2, \dots, L_0 \quad (6)$$

gde je θ upadni ugao determinističke komponente a d_λ je razmak između antenskih elemenata normalizovan na vrednost talasne dužine.

Pored fedinga, u kanalu deluje i aditivni beli gausov šum (*Additive White Gaussian Noise* - AWGN) a svaki element vektora \mathbf{n} može se opisati Gausovom slučajnom promenljivom nulte srednje vrednosti, varijanse σ_n^2 . Maksimalna učestanost u spektru šuma ima vrednost f_{LP} .

U ovom radu, usvojen je model nesavršenog poznavanja stanja kanala kod koga se estimacija stanja MIMO kanala vrši dodavanjem pilota (*Pilot Symbol Assisted Modulation* - PSAM) [19]. U ovom postupku, predajnik neposredno pre informacionih utiskuje n_T ortogonalnih pilot simbola (jedan po svakoj predajnoj anteni) u svaki transmisioni ram sastavljen od L_F simbola i trajanja $T_F = L_F T_s$, gde je trajanje jednog simbola označeno sa T_s .

Nesavršenosti nastale usled neidealne estimacije mogu se opisati preko procenjene kanalne matrice definisane sa

$$\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{H} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (7)$$

sa elementima $\tilde{h}_{i,k} = \{\hat{\mathbf{H}}\}_{i,k}$. Matrica greške estimacije označena je sa $\boldsymbol{\varepsilon}$ a koeficijenti ove matrice, $\tilde{\varepsilon}_{i,k} = \{\boldsymbol{\varepsilon}\}_{i,k}$, normalno su raspodeljeni sa nultom srednjom vrednošću i varijansom $\sigma_\varepsilon^2 = 1/\gamma_p$, gde γ_p označava odnos signal-šum po pilot simbolu. Čak i kada pretpostavimo da kanal povratne sprege ne unosi greške pri prenosu, poznato je da kašnjenje povratne sprege znatno degradira performanse sistema [20]. Da bi se ublažio ovaj efekat, nedavno je predloženo da se na strani prijema primeni predikcija u širokom opsegu (*Long Range Prediction* - LRP) [21]. Na ovaj način, predajniku se dostavlja manje ili više precizna procena odmerka koji odgovara nekom budućem trenutku. U skladu sa pretpostavkama iz [19], smatra se da je kašnjenje kanala povratne sprege jednako celobrojnom umnošku trajanja transmisionog rama, tj. $\tau = Q_0 T_F$. Neka

je predikovana kanalna matrica označena sa $\hat{\mathbf{H}}$ a njen (i,k) -ti element ima oblik

$$\hat{h}_{i,k}((i+Q_0)T_F) = \sum_{p=0}^{P-1} w_{i,k}^*(p) \tilde{h}_{i,k}((i-p)T_F), \quad i \geq 1 \quad (8)$$

pri čemu je sa P označen broj ćelija filtra a sa $w_{i,k} = \mathbf{R}^1 \mathbf{r}$ njegovi optimalni koeficijenti. Odgovarajuća korelaciona matrica \mathbf{R} i korelacioni vektor \mathbf{r} definisani su izrazima [19, jed. 10, 11]. U slučaju Rejljeve propagacije, kako su dobijeni linearnom kombinacijom Gausovih procesa, $\hat{h}_{i,k}$ su takođe Gausovi slučajni procesi sa nultom srednjom vrednošću i $\hat{\sigma}^2 = \mathbf{r}^H \mathbf{R}^1 \mathbf{r}$ [19]. Kada je propagacija Rajssova, matrica srednje vrednosti i kovarijansa prenosne matrice kanala dostupne predajniku i prijemniku, respektivno su određene identitetima

$$E\{\hat{\mathbf{H}}\} = \sqrt{1-\varepsilon^2} \mathbf{H}^{\det}, \quad \boldsymbol{\Sigma} = \sigma_\Sigma^2 \mathbf{I}_M = \varepsilon \hat{\sigma}^2 \mathbf{I}_M, \quad (9)$$

gde je $M = \min(n_R, n_T)$ a sopstvene vrednosti matrice $E\{\hat{\mathbf{H}}\} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (E\{\hat{\mathbf{H}}\})^H$ označene su sa $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_M$.

Nedavno je pokazano da varijansa izvoda bilo kog koeficijenta predikovane kanalne matrice ima oblik [22]

$$\hat{\sigma}_2^2 = \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{q=0}^{P-1} w_{i,k}^*(p) w_{i,k}(q) C[(p-q)T_F], \quad (10)$$

gde, kada se uvedu izrazi $\omega_m = 2\pi f_m$ i $\omega_{LP} = 2\pi f_{LP}$, autokorelacija izvoda koeficijenata matrice $\tilde{\mathbf{H}}$ ima oblik

$$C(\tau) = E\left\{ \left[\frac{\partial \tilde{h}_{i,k}(t)}{\partial t} \right] \left[\frac{\partial \tilde{h}_{i,k}^*(t-\tau)}{\partial t} \right]^* \right\} \\ = \varepsilon^2 \omega_m^2 \left[J_1(\omega_m \tau) / (\omega_m \tau) - \omega_m \tau \times J_0(\omega_m \tau) \right] \\ + \frac{\sigma_\varepsilon^2 \omega_{LP}^2}{(\omega_{LP} \tau)^3} \left[((\omega_{LP} \tau)^2 - 2) \sin(\omega_{LP} \tau) + 2\omega_{LP} \tau \cos(\omega_{LP} \tau) \right]. \quad (11)$$

Na predikovanu kanalnu matricu moguće je primeniti postupak dekompozicije po singularnim vrednostima (Singular Value Decomposition – SVD), pa se ona može napisati u obliku $\hat{H} = \hat{U}\hat{D}\hat{V}^H$, gde su \hat{U} i \hat{V} unitarne matrice [3]. Elementi dijagonalne matrice \hat{D} su kvadratni koreni sopstvenih vrednosti Višartove matrice \hat{Q} , označeni sa $\hat{\lambda}_n$, pri čemu je $\hat{Q} = \hat{H}\hat{H}^H$ za $n_R < n_T$ a $\hat{Q} = \hat{H}^H\hat{H}$ za $n_R > n_T$. Optimalni težinski koeficijenti na predaji i prijemu stoga odgovaraju sopstvenim vektorima (kolonama matrice \hat{V} i \hat{U}^H) [23]. Pojačanje snage u n -tom podkanalu određeno je odgovarajućom sopstvenom vrednošću matrice \hat{Q} a svakom od podkanala dodeljuje se deo ukupne izračene snage određen koeficijentom α_n .

Kako ortogonalizacija više nije idealna, signal na izlazu n -tog podkanala, označen sa y_n' , određen je pojačanjem $\hat{\lambda}_n$, signalom sa ulaza x_n' ali i interferencijom od drugih podkanala, opisanom drugim članom izraza [24, jed. 50]

$$y_n' = \sqrt{\alpha_n} \hat{\lambda}_n x_n' + \hat{u}_n^H \Xi \Xi^H \hat{u}_n + n_n', \quad (12)$$

gde n_n' označava aditivni Gausov šum (i šum estimacije) u n -tom podkanalu a \hat{u}_n n -tu kolonu matrice \hat{U} . Modelovanje interferencije koja potiče od drugih ortogonalnih podkanala ne može se uspešno obaviti analitički pa je uobičajeno da se interferencija u n -tom podkanalu, zajedno sa aditivnim šumom, posmatra kao ekvivalentan šum [24].

Odnos signal-šum na izlazu n -tog ortogonalnog podkanala sada može da se odredi ka osnovu izraza

$$\gamma_n = \hat{\lambda}_n \times \frac{\alpha_n \bar{\gamma}}{1 + \sigma_\epsilon^2 \bar{\gamma}} = \hat{\lambda}_n \times \bar{\gamma}_n^{eq}, \quad n=1, 2, \dots, M \quad (13)$$

gde $\bar{\gamma}_n^{eq}$ označava prosečan ekvivalentni odnos signal-šum u n -tom podkanalu, umanjen zbog uticaja nesavršenog poznavanja CSI, a $\sigma_\epsilon^2 = 1 - \mathbf{r}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}$ označava varijansu greške nastale usled nesavršene estimacije i predikcije.

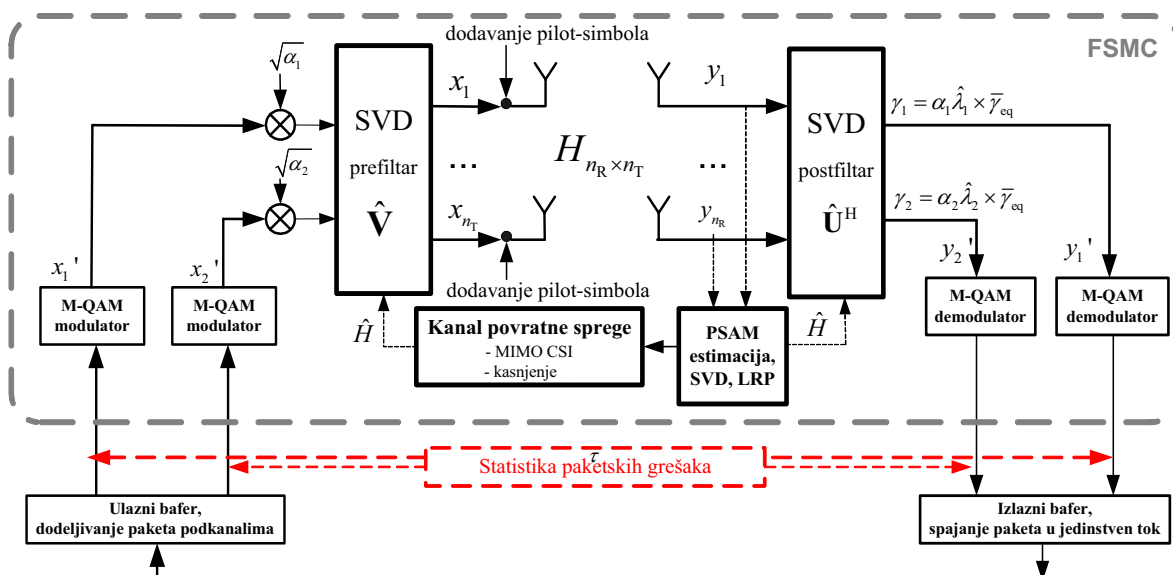
Tačan oblik funkcije raspodele sopstvenih vrednosti Višartove matrice \hat{Q} dugo nije bila poznat, što je znatno otežavalo procenu performansi sistema sa višekanalnim bimformingom. Tokom prethodne godine, ovaj problem je rešen i pomenuti izrazi su izvedeni za slučaj savršenog poznavanja stanja u kanalu [11, 25]. Nedavno, autori ovog rada su pomenute izraze primenili na određivanje funkcije raspodele odnosa signal-šum na izlazu podkanala kada poznavanje stanja u kanalu nije idealno [22]. U istom radu, izveden je opšti izraz za funkciju gustine verovatnoće odnosa signal-šum na izlazu n -tog ortogonalnog podkanala, koji glasi

$$f_{\gamma_n}(\gamma_n) = f_{\gamma_{n-1}}(\gamma_{n-1}) + \frac{\sum_{k=1}^R \omega_k^{(2R-M-N)/2}}{\bar{\gamma}_n^{eq} \sigma_\Sigma^2 \Gamma_{M-R}(M-R)} \quad (14)$$

$$\times \sum_1 |\Theta(\gamma_n)| \text{tr} \left(\Theta(\gamma_n)^{-1} \frac{d\Theta(\gamma_n)}{d\gamma_n} \right),$$

$$f_{\gamma_1}(\gamma_1) = \frac{|\Psi(0) - \Psi(\frac{\gamma_1}{\bar{\gamma}_1^{eq} \sigma_\Sigma^2})|}{\bar{\gamma}_1^{eq} \sigma_\Sigma^2 |\Psi(0)|} \text{tr} \left(\Psi^{-1} \left(\frac{\gamma_1}{\bar{\gamma}_1^{eq} \sigma_\Sigma^2} \right) \Phi \left(\frac{\gamma_1}{\bar{\gamma}_1^{eq} \sigma_\Sigma^2} \right) \right). \quad (15)$$

U prethodnim izrazima R predstavlja rang matrice \mathbf{H}^{sl} , operator traga matrice označen je sa $\text{tr}(\cdot)$, $|\cdot|$ označava determinantu, \sum_1 označava sumu po svim kombinacijama oblika $(\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_{k-1})$ i $(\alpha_k < \alpha_{k+1} < \dots < \alpha_M)$, dok je $(\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_M)$ permutacija niza $(1, \dots, M)$ a $N = \max(n_R, n_T)$. Nutalova \mathcal{Q} funkcija označena je sa $\mathcal{Q}_{p,q}(a,b)$. Pritom su $\Psi(x)$ i $\Theta(x)$ matrice funkcije dimenzija $M \times M$ sa elementima određenim u [11, jed. 16, 19, 25] a $\Phi(x)$ i $d\Theta(x)/dx$ matrice dimenzija $M \times M$ sa elementima određenim u [22, jed. A3, A4].



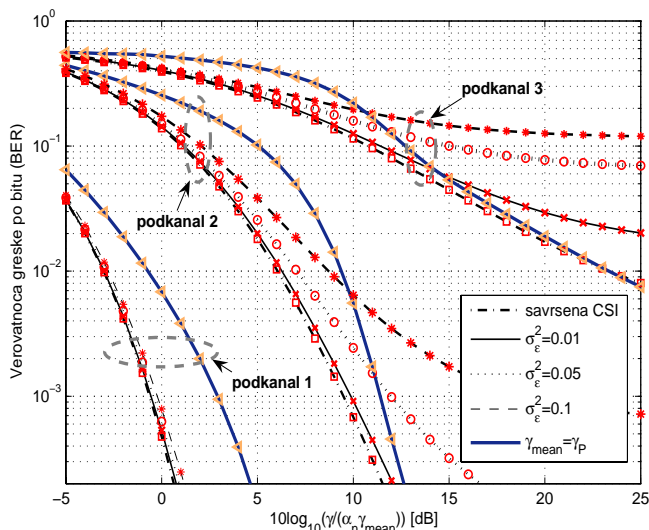
Sl. 1. Blok šema adaptivnog sistema zasnovanog na višekanalnom bimformingu, $M=2$.

Na osnovu prethodnih izraza može se proceniti verovatnoća greške po bitu u bilo kom podkanalu sistema sa višekanalnom bimformingu, kada stanje u kanalu nije poznato savršeno tačno. Neka je za neku kvadraturnu amplitudsku modulaciju sa veličinom konstelacije M_m verovatnoća greške po bitu (*Bit Error Ratio - BER*) u kanalu u kome deluje samo aditivni beli Gausov šum označena sa $BER_{AWGN}(\gamma_n, M_m)$. Kako je tačan izraz za ovu veličinu izveden u [26], verovatnoća greške po bitu pri prenosu kroz n -ti podkanal može se odrediti analitički usrednjavanjem po ansamblu

$$BER^{(n)} = \int_0^{\infty} BER_{AWGN}(\gamma_n, M_m) f_{\gamma_n}(\gamma_n) d\gamma_n. \quad (16)$$

Izraz pod integralom prilično je složen i zasniva se na kombinaciji sume komplementarnih funkcija greške i specijalnih funkcija. Stoga rezultat integracije u prethodno navedenom izrazu nije moguće odrediti u zatvorenoj formi već se mora primeniti neki od postupaka numeričke integracije [27].

Da bi se verifikovali ovako dobijeni numerički rezultati, razvijen je nezavisni simulacioni model. Na osnovu poboljšanog Džeksovog simulatora [28], generisani su diskretizovani talasni oblici dužine $L=10^7$ odmeraka koji odgovaraju koeficijentima slučajne komponente kanalne matrice \mathbf{H}^l , dok su koeficijenti direktne komponente određeni determinističkim postupkom, na osnovu modela jediničnog ranga, pri čemu je usvojeno $d_\lambda = 4$, $\theta_r = 35^\circ$, $\theta_l = 20^\circ$. Talasni oblici koji odgovaraju najvećoj sopstvenoj vrednosti i odnosu signal-šum na prijemu dobijeni su odmerak-po-odmerak, na osnovu veze koja postoji između koeficijenata predikovanе kanalne matrice i sopstvenih vrednosti odgovarajuće Višartove matrice [11, 22]. Parametri svih izvedenih simulacija u ovom radu su sledeći: učestanost nosioca je $f_0=5\text{GHz}$, brzina kretanja terminala $v=2\text{m/s}$ a transmisioni ram se sastoji od $L_F=250$ QPSK simbola trajanja $T_s = 4\mu\text{s}$, što odgovara trajanju rama od $T_F = 1\text{ms}$. Maksimalna Doplerova učestanost iznosi $f_m = 32\text{Hz}$ a period odmeravanja $T_{od} = T_F$.

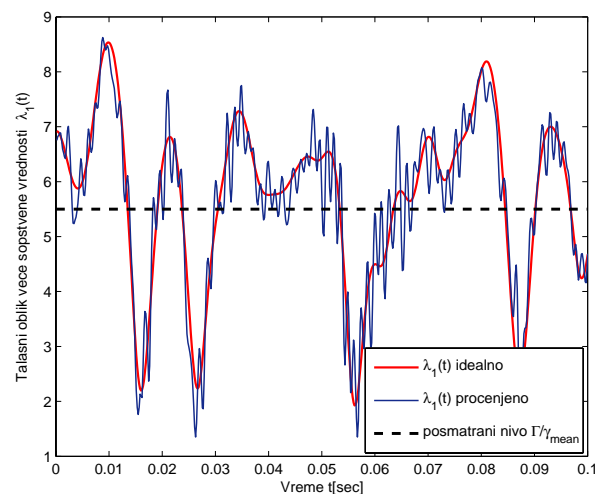


Sl. 2. Verovatnoća greške u podkanalima MIMO-SVD sistema sa neidealnom CSI, Rejljiev feding, QPSK, $n_R=n_T=3$.

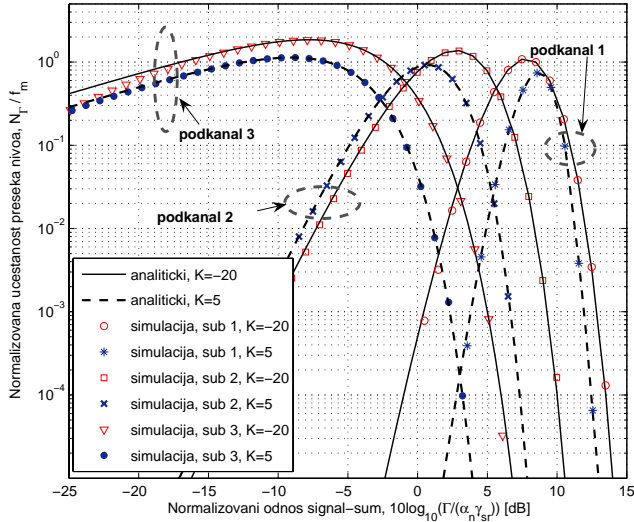
Usvajene veličine odgovaraju tipičnim parametrima WLAN sistema [29] a estimacija i predikcija obavljene su na osnovu prethodno opisanih PSAM MIMO i LRP tehnika. Isti parametri usvojeni su i pri određivanju numeričkih rezultata koji odgovaraju prethodno razvijenom Markovljevom modelu.

Sa sl. 2 se jasno vidi efekat nesavršene estimacije na verovatnoću greške po bitu kada je propagacija Rejljjeva, za slučaj sistema sa tri prijemne i tri predajne antene. Uočava se da ove nesavršenosti dovode do smanjenja reda diverzitija. Ako je veličina σ_ϵ^2 fiksirana, zaravnjenje (*floor*) verovatnoće greške izraženije je na podkanalima kod kojih je pojačanje snage manje. Sa druge strane, u najjačem podkanalu zaravnjenje verovatnoće greške se ne javlja za $BER^{(n)} \geq 10^{-4}$, čak ni za velike vrednosti greške estimacije ($\sigma_\epsilon^2=0.1$). Kada je $\gamma_p = \bar{\gamma}_n^{eq}$ (σ_ϵ^2 zavisi od $\bar{\gamma}_n^{eq}$) performanse su loše za male vrednosti odnosa signal-šum, a za njegove veće vrednosti performanse se približavaju idealnim i zaravnjenje se gubi. Analitički i simulacioni rezultati su veoma dobro usaglašeni.

Jasno je da sopstvene vrednosti, a samim tim i odnos signal-šum na izlazu pojedinih podkanala zavise od trenutne realizacije koeficijenata kanalne matrice. Kako se vrednost kanalne matrice menja tokom vremena, menjaju se i sopstvene vrednosti. Kada je izražena vremenska korelacija, veličine dobijene usrednjavanjem na dugom vremenskom intervalu ne opisuju potpuno performanse sistema. Da bi se opisala dinamika ovog procesa, potrebno je odrediti statistike višeg reda – pre svega učestanost preseka nivoa odnosa signal-šum. U slučaju kada stanje u kanalu nije savršeno precizno poznato, situacija je utoliko složenija što je dinamika šuma estimacije diktirana maksimalnom učestanošću u spektru aditivnog šuma, označenom sa f_{LP} . Primera radi, simulacionim postupkom određen je talasni oblik koji odgovara odnosu signal-šum na izlazu najjačeg podkanala i prikazan na sl. 3 za slučaj $f_{LP} = 20f_m$.



Sl. 3. Uticaj maksimalne učestanosti u spektru signala greške estimacije, $n_R=2$, $n_T=2$, jači podkanal.



Sl. 4. Učestanost preseka nivoa odnosa signal-šum na izlazu podkanala, uticaj Rajsovog K -faktora.

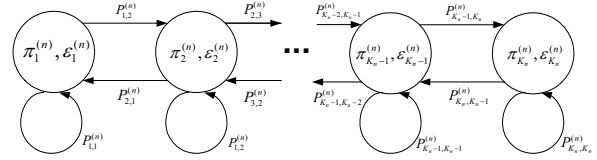
Koristeći novoizvedenu osobinu sopstvenih vrednosti necentralne Višartove matrice [30], autori ovog rada su izveli egzaktnu relaciju koja povezuje funkciju gustine verovatnoće i učestanost preseka nivoa odnosa signal-šum na izlazu n -tog podkanala [22]

$$N_{\Gamma}^{(n)} = \sqrt{\frac{\Gamma}{\pi \gamma_n^{e_q}}} \hat{\sigma}_2 \times f_{\gamma_n}(\Gamma). \quad (17)$$

Na ovaj način, pokazano je da se ova veličina, za čije su izračunavanje u prošlosti predlagane komplikovane aproksimacije [31], može opisati veoma jednostavnim izrazom. I pored jednostavnosti izraza, pokazano je da je prethodna relacija veoma opšta i da važi za bilo koje dimenzije kanalne matrice, svaki od ortogonalnih podkanala, bilo koju fiksnu raspodelu snage po podkanalima, proizvoljnu snagu direktne komponente i oblik determinističke matrice. Tačnost dobijenog izraza potvrđena je simulacionim postupkom i strogim statističkim testovima [32], a slučaj kada je poznavanje stanja u kanalu savršeno razmotren je u [33]. Numerički rezultati prikazani na sl. 4 pokazuju da je slaganje rezultata dobijenih analitičkim i simulacionim postupkom izuzetno dobro.

IV. FORMIRANJE MARKOVLJEVOG MODELA

Odnos signal-šum u n -tom podkanalu može se podeliti na K_n sukcesivnih intervala, određenih granicama $0 = \Gamma_1^{(n)} < \Gamma_2^{(n)} < \dots < \Gamma_{K_n+1}^{(n)} = \infty$. Kada je sistem zasnovan na paketskom prenosu, za primljeni paket dužine T_p kaže se da se nalazi u stanju $s_k^{(n)}$ ako trenutna vrednost odnosa signal-šum na početku prenosa paketa, označena sa γ_n , zadovoljava uslov $\gamma_n \in [\Gamma_k^{(n)}, \Gamma_{k+1}^{(n)})$. Kada se odnos signal-šum menja sporo, smatra se da su dozvoljeni samo prelazi u susedna stanja. U tom slučaju dati podkanal može da se opiše Markovljevim modelom prvog reda (*Final State Markov Channel - FSMC*) prikazanim na sl. 5 i opisanim skupom stanja $S^{(n)} = \{s_k^{(n)}\}$, $k = 1, 2, \dots, K_n$.



Sl. 5. Markovljev model prvog reda za odnos signal-šum na izlazu n -tog ortogonalnog podkanala.

U ovom radu, za određivanje granica intervala u n -tom podkanalu primenjen je "metod jednakog trajanja" [34], zasnovan na K_n nezavisnih jednačina

$$\frac{\pi_k^{(n)}}{N_{\Gamma_k}^{(n)} + N_{\Gamma_{k+1}}^{(n)}} T_p = C, \quad k = 1, 2, \dots, K_n \quad (18)$$

pri čemu C predstavlja konstantu, izabranu tako da se obezbedi da verovatnoća greške stanja dobro opisuje verovatnoću greške svakog od paketa koji odgovara posmatranom stanju.

Parametar $\pi_k^{(n)}$ predstavlja stacionarnu verovatnoću stanja $s_k^{(n)}$. Ova veličina se može odrediti koristeći izraz zamenom (15) i (16) u jednačinu

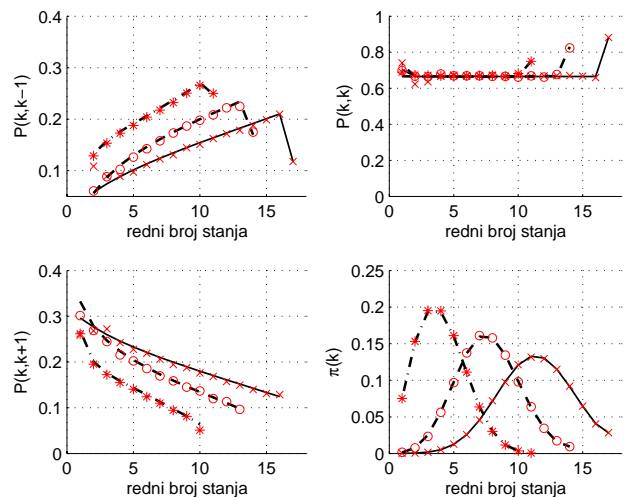
$$\pi_k^{(n)} = \int_{\Gamma_k^{(n)}}^{\Gamma_{k+1}^{(n)}} f_{\gamma_n}(\gamma_n) d\gamma_n, \quad (19)$$

ili koristeći gotov izraz za kumulativnu funkciju raspodele odgovarajućeg odnosa signal-šum [11, 22].

Verovatnoća prelaza iz stanja $s_k^{(n)}$ u stanje $s_l^{(n)}$ standardno se aproksimira izrazom [34]

$$p_{k,l}^{(n)} \approx \begin{cases} N_{\Gamma_{k+1}}^{(n)} T_p / \pi_k^{(n)}, & l = k + 1 \\ N_{\Gamma_k}^{(n)} T_p / \pi_k^{(n)}, & l = k - 1 \\ 1 - (N_{\Gamma_k}^{(n)} + N_{\Gamma_{k+1}}^{(n)}) T_p / \pi_k^{(n)}, & l = k. \end{cases} \quad (20)$$

Numerički rezultati za stacionarne i tranzicione verovatnoće Markovljevog modela upoređeni su sa rezultatima simulacija i prikazani na sl. 6. Slaganje rezultata dobijenih ovim postupcima izuzetno je dobro.



Sl. 6. Poređenje analitičkih i simulacionih rezultata za $P_{k,l}$ i π_k za sopstvene vrednosti u sistemu sa $n_T=3$, $n_R=3$, $T_p=1\text{ms}$, $f_m T_p=0.033$, $C=3$, $\sigma_e^2=0.05$. Oznake na slikama: 'o' $n=2$, simulacija; '-.-' $n=3$, analitički; '*' $n=3$, simulacija; 'x' $n=1$, simulacija; 'o' $n=2$, analitički; 'x' $n=1$, simulacija; '*' $n=3$, simulacija; '-.-' $n=3$, analitički.

Tabela 4.2. Granice stanja u FSMC modelu, $M=3, N=3$,
 $f_m T_p=0.03$, $K=8\text{dB}$, $\gamma_p=13\text{dB}$, $\sigma_\varepsilon^2=0.05$, QPSK.

k	Podkanal 1		Podkanal 2		Podkanal 3	
	$\frac{\Gamma_k^{(1)}}{\bar{\gamma}_1^{eq}}[\text{dB}]$	$\varepsilon_k^{(1)}$	$\frac{\Gamma_k^{(2)}}{\bar{\gamma}_2^{eq}}[\text{dB}]$	$\varepsilon_k^{(2)}$	$\frac{\Gamma_k^{(3)}}{\bar{\gamma}_3^{eq}}[\text{dB}]$	$\varepsilon_k^{(3)}$
1	3.53	3.75e-3	-7.89	1.00e+0	-19.26	1.00e+0
2	4.22	5.88e-4	-5.57	1.00e+0	-13.38	1.00e+0
3	4.84	8.76e-5	-3.87	1.00e+0	-9.89	1.00e+0
4	5.39	1.18e-5	-2.50	9.98e-1	-7.41	1.00e+0
5	5.90	1.54e-6	-1.34	9.92e-1	-5.47	1.00e+0
6	6.37	1.83e-7	-0.32	8.91e-1	-3.87	1.00e+0
7	6.82	2.06e-8	0.59	5.47e-1	-2.50	1.00e+0
8	7.24	2.01e-9	1.41	2.23e-1	-1.30	1.00e+0
9	7.63	1.82e-10	2.16	6.98e-2	-0.21	9.18e-1
10	8.00	1.58e-11	2.86	1.79e-2	0.80	5.48e-1
11	8.37	1.27e-12	3.52	4.11e-3	3.32	1.69e-1
12	8.72	< 1e-12	4.14	8.07e-4		
13	9.05	< 1e-12	4.72	1.39e-4		
14	9.39	< 1e-12	5.29	2.08e-5		
15	9.72	< 1e-12				
16	10.02	< 1e-12				

Kako je verovatnoća greške po paketu u AWGN kanalu

$$PER_{AWGN}(\gamma, M_m) = 1 - (1 - BER_{AWGN}(\gamma, M_m))^{N_s}, \quad (21)$$

lako se određuje prosečna verovatnoća greške po paketu za k -to stanje u n -tom podkanalu FSMC modela [34]

$$\varepsilon_k^{(n)} = \frac{1}{\pi_k^{(n)}} \int_{\Gamma_k^{(n)}} PER_{AWGN}(\gamma, M_m) f_{\gamma_n}(\gamma_n) d\gamma_n. \quad (22)$$

Opisani postupak, predložen u [35], primenjen je za Rajsovu propagaciju sa $K=8\text{dB}$ i nesavršeno poznavanje stanja u kanalu ($\gamma_p=13\text{dB}$, $\sigma_\varepsilon^2=0.05$). Normalizovane granice intervala odnosa signal-šum koji odgovaraju pojedinim stanjima i odgovarajuće numeričke vrednosti za verovatnoću greške po paketu date su u tabeli 4.2.

V. STATISTIKE PAKETSKIH GREŠAKA

Jasno je da se prosečna verovatnoća greške po paketu u n -tom podkanalu lako određuje usrednjavanjem

$$\varepsilon^{(n)} = \sum_{k=1}^{K_0^{(n)}} \pi_k^{(n)} \varepsilon_k^{(n)}. \quad (23)$$

Druga bitna veličina je verovatnoća pojave uzastopnog niza od L_p grešaka, tj. pojava bloka paketskih grešaka te dužine. Ako uočimo da je to u stvari verovatnoća pojave niza oblika ($e_1=0, e_2=e_3=\dots=e_{L_p+1}=1, e_{L_p+2}=0$), ova verovatnoća se može jednostavno odrediti izrazom

$$\bar{L}_p^{(n)} = \left(\sum_{L_p=1}^{\infty} L_p \times P_{e_{L_p+2}}^{(n)} \right) / \left(\sum_{L_p=1}^{\infty} P_{e_{L_p+2}}^{(n)} \right). \quad (24)$$

Pritom je verovatnoća da se niz $e_p=(e_1, e_2, \dots, e_p)$ pojavi u sekvenci paketskih grešaka data izrazom

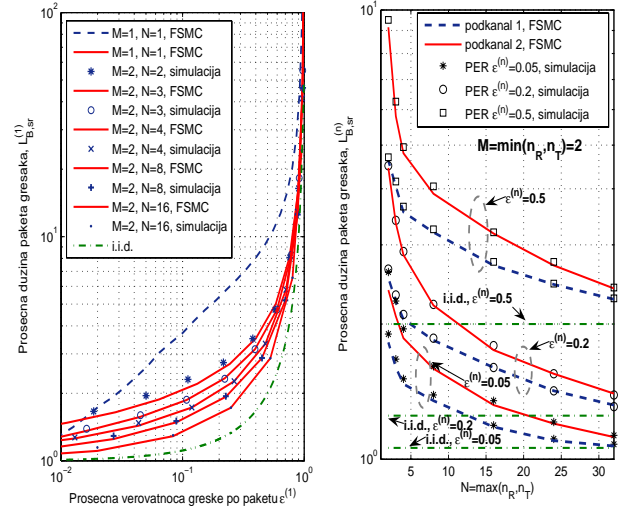
$$P_{e_p}^{(n)} = [\mathbf{\Pi}^{(n)}]^T \left[\prod_{i=1}^n \mathbf{P}^{(n)}(e_i) \right] \mathbf{1}, \quad (25)$$

gde su matrice $\mathbf{P}^{(n)}(0)$, $\mathbf{P}^{(n)}(1)$, $\mathbf{P}^{(n)}$ i vektor kolona $\mathbf{\Pi}^{(n)}$ određene parametrima FSMC modela

$$\left\{ \mathbf{P}^{(n)}(0) \right\}_{k,l} = \varepsilon_k^{(n)} p_{k,l}^{(n)}, \quad \left\{ \mathbf{P}^{(n)}(1) \right\}_{k,l} = (1 - \varepsilon_k^{(n)}) p_{k,l}^{(n)}, \quad (26a)$$

$$\mathbf{P}^{(n)} = \mathbf{P}^{(n)}(0) + \mathbf{P}^{(n)}(1), \quad \left\{ \mathbf{\Pi}^{(n)} \right\}_{k,1} = \pi_k^{(n)}, \quad (26b)$$

a $\mathbf{1}$ je vektor kolona jedinica dimenzija $K_0^{(n)}$.

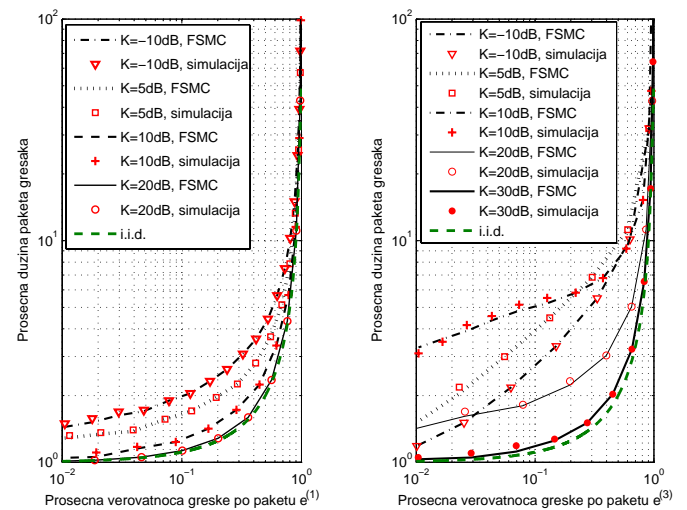


Sl. 7. Prosečna dužina paketa grešaka $\bar{L}_p^{(n)}$ za $T_p=1\text{ms}$,

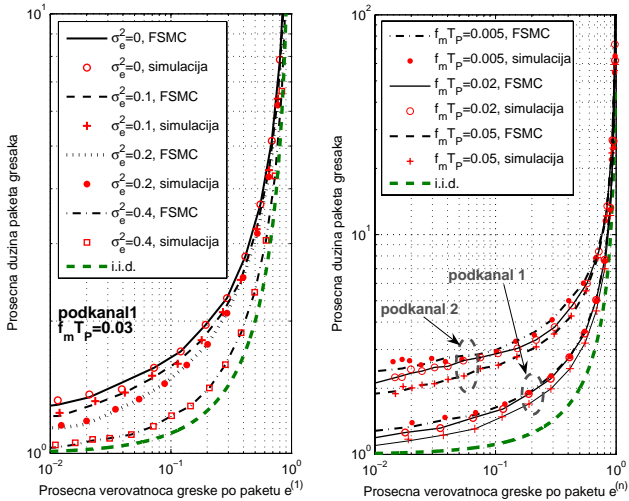
$f_m T_p=0.033$, QPSK, savršena CSI, a) $n=1$, zavisnost od PER; b) Oba podkanala, zavisnost od $N=\max(n_R, n_T)$.

Iz generisane sekvence može se proceniti i prosečna dužina paketa paketskih grešaka. Numerički rezultati određeni pomoću izraza (26) i procenjeni simulacijom za razne dimenzije kanalne matrice prikazani su na sl. 7a. Može se zapaziti da verovatnoća pojave paketa veće dužine opada kada red diverzitija (definisani sa $n_R \times n_T$) raste, iako je prosečna verovatnoća greške po paketu nepromenjena. Kada red diverzitija raste, prosečna dužina paketa u svakom od podkanala konvergira ka prosečnoj dužini paketa slučajne binarne sekvence (slučaj kanala bez memorije, tj. identično distribuirana sekvenca grešaka označena sa i.i.d.) a predloženi analitički model postaje sve precizniji. Prosečna dužina paketa grešaka je veća u slabijem podkanalu, čak i kada se poređenje vrši za istu prosečnu verovatnoću greške po paketu! Ovi efekti se mogu jasno uočiti na sl. 7b.

Na sl. 8, prikazan je uticaj Rajsovog K -faktora na strukturu paketskih grešaka na izlazu najjačeg i najslabijeg ortogonalnog podkanala za $M=N=3$.



Sl. 8. Zavisnost prosečne dužine paketa grešaka $\bar{L}_p^{(n)}$ od prisustva direktne propagacione komponente, QPSK modulacija, $f_m T_p=0.033$, $M=N=3$, a) Prvi podkanal; b) Treći podkanal.



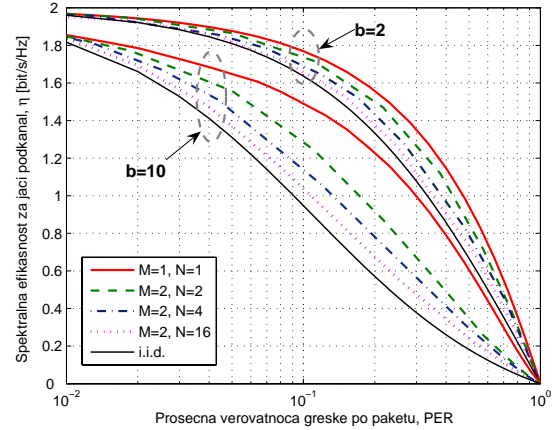
Sl. 9. Prosečna dužina paketa grešaka $\bar{L}_p^{(n)}$ u zavisnosti od prosečne verovatnoće greške po paketu, a) uticaj greške estimacije, $f_m T_P=0.033$, b) dva najjača podkanala, $\sigma_e^2 = 0.01$.

U podkanalu u kome pojačanje snage odgovara najvećoj sopstvenoj vrednosti (sl. 8a), prosečna dužina paketa grešaka opada sa porastom K -faktora, tj. prisustvo direktne propagacione komponente dekoreliše sekvencu grešaka. Sličan efekat se može primetiti za u slučaju najslabijeg podkanala (sl. 8b), ali samo u slučaju prisustva snažne direktne propagacione komponente. Za umerene vrednosti K -faktora, dužine paketa paketskih grešaka su velike i sekvenca grešaka je visoko-korelisana.

Sa sl. 9a, jasno je da nesavršena estimacija i predikcija dekorelišu sekvencu paketskih grešaka, tj. sekvenca je sve sličnija onoj kod kanala bez memorije. Ipak, za tipične vrednosti greške estimacije ($\sigma_e^2 < 0.1$, kao što je pokazano u [19]) uticaj greške estimacije na strukturu sekvence paketskih grešaka je zanemarljiv. Na sl. 9b, jasno je pokazano da se, kada je feding sporiji, prosečna dužina paketa posmatranih grešaka uvećava. Iako su numerički rezultati predstavljeni samo za slučaj jačeg podkanala, rezultati za ostale podkanale su veoma slični. Ova dva efekta su prethodno uočena u [36], ali samo za slučaj klasičnih bežičnih sistema sa jednom predajnom i jednom prijemnom antenom. Na istoj slici se vidi i da je osetljivost na pomene brzine fedinga manja kada je red diverzitija veći, kao i da je FSMC model veoma precizan kada je feding spor. Analizirana su samo dva najkvalitetnija podkanala jer su oni i najpogodniji za prenos. I u ovom slučaju, može se uočiti i da je u slabijem ortogonalnom podkanalu nivo greške povećan a uticaj brzine varijacije fedinga veći.

VI. PERFORMANSE SISTEMA SA VIŠEKANALNIM BIMFORMINGOM I PRIMENOM ARQ PROCEDURA

Kao primer moguće primene prethodno izložene teorije, u nastavku će biti određene performanse ARQ procedure tipa "vrti se za N" [13] u MIMO sistemu koji za prenos koristi n -ti podkanal. Pritom se posmatra spektralna efikasnost, definisana kao broj uspešno prenetih bita po jedinici propusnog opsega, tj. dvostruka verovatnoća ispravno prenetih paketa (primenjena je QPSK modulacija).



Sl. 10. Spektralna efikasnost ARQ procedure "vrti se za N", prenos kroz najkvalitetniji podkanal, $f_m T_P=0.033$, $\sigma_e^2 = 0.01$.

Efikasnost sistema sa ARQ procedurom tipa "vrti se za N" može se uspešno opisati ako su poznate prosečna verovatnoća greške po paketu ε i prosečna dužina paketa paketskih grešaka [36]. Ako se sa b označi period retransmisije, izražen kao količnik vremena retransmisije i trajanja paketa, spektralna efikasnost zavisi samo još od prosečne verovatnoće greške po paketu i prosečne dužine paketa grešaka u n -tom podkanalu, respektivno označenih sa $\varepsilon^{(n)}$ i $\bar{L}_p^{(n)}$, i data je izrazom [36, jed 22]

$$\eta^{(n)} = \left(1 + \frac{\varepsilon^{(n)} / \bar{L}_p^{(n)}}{1 - \varepsilon^{(n)}} \frac{b(1 - \varepsilon^{(n)})^{b-1}}{(1 - \varepsilon^{(n)})^b - (1 - \varepsilon^{(n)} - 1/\bar{L}_p^{(n)})^b} \right)^{-1}. \quad (27)$$

Numerički rezultati za slučaj prenosa kroz kvalitetniji podkanal i parametre definisane u III odeljku prikazani su na sl. 10. Jasno je da spektralna efikasnost raste ako je prosečna dužina paketskih grešaka uvećana - u proceduri "vrti se za N" odbacuje se grupa paketa pa je efikasnost veća ako je veći broj paketa u nizu inicijalno pogrešno prenet. Rezultati ukazuju da se ovo poboljšanje gubi sa porastom reda diverzitija i sa smanjenjem perioda retransmisije. Sličnu analizu moguće je ponoviti da bi se ispitaio uticaj drugih analiziranih efekata i to za bilo koji podkanal sistema proizvoljnih dimenzija kanalne matrice.

VII. ZAKLJUČAK

U ovom radu predložen je analitički model MIMO sistema sa višekanalnim bimformingom, pogodan za opis njegovih statičkih i dinamičkih karakteristika. Na osnovu razvijenog modela procenjena je prosečna dužina paketa paketskih grešaka za širok skup parametara sistema.

Prikazani numerički rezultati pokazali su da prosečna verovatnoća greške po paketu nije dovoljna za potpuno opisivanje performansi posmatranog sistema jer ova veličina ne uzima u obzir Doplerovu učestanost fedinga, kao jedan od njegovih ključnih parametara. Na primeru procene performansi jedne ARQ šeme, pokazano je da zanemarivanje statistika drugog reda dovodi do značajne greške pri proceni spektralne efikasnosti sistema. Rezultati pokazuju da je efekat memorije naročito izražen u slabijim podkanalima i za slučaj odsustva direktne propagacione komponente. Tačnost predloženog analitičkog modela potvrđena je rezultatima Monte Karlo simulacija.

LITERATURA

- [1] C. E. Shannon, "A mathematical theory of communication", *Bell System Technical Journal*, vol. 27, pp. 379-423, July 1948; pp. 623-656, October 1948.
- [2] G. J. Foschini and M. J. Gans, "On limits of wireless communication in a fading environment when using multiple antennas," *Wireless Personal Communications*, vol. 6, pp. 311-335, March 1998.
- [3] I. E. Telatar, "Capacity of the Multi Antenna Gaussian Channels," *European Transactions on Telecommunications*, vol. 10, pp. 585-595, November/December 1999.
- [4] G. J. Foschini "Layered space-time architecture for wireless communications in a fading environment when using multi-element antennas," *Bell Labs Technical Journal*, vol. 1, pp. 41-59, Autumn 1996.
- [5] Vahid Tarokh, Nambi Seshadri, A. R. Calderbank, "Space-Time Codes for High Data Rate Wireless Communications: Performance criterion and Code Construction," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol 44, pp. 744-765, March 1998.
- [6] B. Vucetic, J. Yuan, *Space-Time Coding*, John Wiley & Sons Ltd, West Sussex, 2003.
- [7] A. Narula, M. J. Lopez, M. D. Trott, and G. W. Wornell, "Efficient use of side information in multiple-antenna data transmission over fading channels," *IEEE Journal on Selected Area in Communications*, vol. 16, pp. 1432-1436, October 1998.
- [8] Institute of Electrical and Electronics Engineers, *IEEE Candidate Standard 802.11n, "Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications"*, 2004. Available online: http://grouper.ieee.org/groups/802/11/Reports/tgn_update.htm.
- [9] Siavash M. Alamouti, "A Simple Transmit Diversity Technique for Wireless Communications", *IEEE Journal Selected Areas in Communications*, vol. 16, pp. 1451-1458, October 1998.
- [10] Institute of Electrical and Electronics Engineers, *IEEE Standard 802.16e-2005, "Amendment to IEEE Standard for Local and Metropolitan Area Networks - Part 16: Air Interface for Fixed Broadband Wireless Access Systems- Physical and Medium Access Control Layers for Combined Fixed and Mobile Operation in Licensed Bands"*.
- [11] S. Jin, M. R. McKay, X. Gao, and I. B. Collings, "MIMO multichannel beamforming: SER and outage using new eigenvalue distributions of complex noncentral Wishart matrices," *IEEE Transactions on Communications*, 2007, paper accepted, http://arxiv.org/PS_cache/cs/pdf/0611/0611007v2.pdf.
- [12] S. Nanda, R. Walton, J. Ketchum, M. Wallace, S. Howard, "A high-performance MIMO OFDM wireless LAN," *IEEE Communications Magazine*, vol. 43, pp. 101-109, February 2005.
- [13] S. Lin, D. J. Costello, *Error Control Coding*, Second Edition, Prentice Hall, New Jersey, 2004.
- [14] C. E. Shannon, "The Zero Error Capacity of a Noisy Channel", *IRE Transactions on Information Theory*, vol. 2, pp. 112-124, September 1956.
- [15] D. Drajić, *Uvod u teoriju informacija sa kodovanjem*, drugo izdanje, Akademiska misao, Beograd, 2000.
- [16] F. R. Farrokhi, G. J. Foschini, A. Lozano, and R. Valenzuela, "Link optimal space-time processing with multiple transmit and receive antennas," *IEEE Communications Letters*, vol. 5, pp. 85-87, March 2001.
- [17] W.C. Jakes, *Microwave Mobile Communications*, 2nd ed., IEEE Press, New York, 1993.
- [18] R. H. Clarke, "A statistical theory of mobile radio reception," *Bell System Technical Journal*, vol. 47, pp. 957-1000, July/August 1968.
- [19] S. Zhou and G. B. Giannakis, "How Accurate Channel Prediction Needs to be for Transmit-Beamforming with Adaptive Modulation over Rayleigh MIMO Channels?" *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 3, pp. 1285-1294, July 2004.
- [20] E. K. S. Au, S. Jin, M. R. McKay, W. H. Mow, X. Gao and I. B. Collings, "BER Analysis of MIMO-SVD Systems with Channel Estimation Error and Feedback Delay," in *Proc. IEEE International Conference on Communications - ICC 2007*, pp. 4375-4380, Glasgow, UK, June 2007.
- [21] A. Duel-Hallen, S. Hu, and H. Hallen, "Long-range prediction of fading signals: Enabling adaptive transmission for mobile radio channels," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 17, pp. 62-75, May 2000.
- [22] P. Ivanis, D. Drajić, B. Vucetic, "Level Crossing Rates of Ricean MIMO Channel Eigenvalues for Imperfect and Outdated CSI," *IEEE Communications Letters*, vol 11, October 2007, *rad prihvaćen za objavljivanje*.
- [23] J. B. Andersen, "Array gain and capacity for known random channels with multiple element arrays at both ends," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 18, pp. 2172-2178, November 2000.
- [24] Z. Zhou and B. Vucetic, "MIMO Systems With Adaptive Modulation," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 54, pp. 1828-1842, September 2005.
- [25] S. Jin, X. Gao, and M. R. McKay, "Ordered Eigenvalues of Complex Noncentral Wishart Matrices and Performance Analysis of SVD MIMO Systems", in *Proc. IEEE International Symposium on Information Theory - ISIT 2006*, Seattle, July 2006.
- [26] K. Cho and D. Yoon, "On the general BER expression of one- and two-dimensional amplitude modulations," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 50, pp. 1074-1080, July 2002.
- [27] G. V. Milovanovic, *Numerička analiza, Deo II*, Naučna knjiga, Beograd, 1991.
- [28] Y. R. Zheng, Chengshan Xiao, "Simulation models with correct statistical properties for Rayleigh fading channels", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 51, pp. 920-928, June 2003.
- [29] A. Doufexi, S. Armour, M. Butler, A. Nix, D. Bull, J. McGeehan, and P. Karlsson, "A comparison of the HIPERLAN/2 and IEEE 802.11a wireless LAN standards," *IEEE Communications Magazine*, vol. 40, pp. 172-180, May 2002.
- [30] P. Ivanis, D. Drajić, B. Vucetic, "Level Crossing Rates in Transmit Beamforming Systems," *IEEE Communications Letters*, vol. 11, pp. 246-248, March 2007.
- [31] P. J. Smith, P.-H. Kuo, L. M. Garth, "Level Crossing Rates for MIMO Channel Eigenvalues: Implications for Adaptive Systems", in *Proc. IEEE International Conference on Communications - ICC 2006*, vol. 4, pp. 2442- 2446, Seoul, June 2006.
- [32] P. Ivanis, D. Drajić, B. Vucetic, "Combined Statistical and Simulation Analysis of Second Order Statistics in Orthogonal MIMO Channels", In *Proc. EUROCON 2005*, pp. 466-469, Belgrade, November 2005.
- [33] P. Ivanis, D. Drajić, B. Vucetic, "Level Crossing Rates for MIMO Channel Eigenvalues: Implications for Adaptive Systems", in *Proc. IEEE International Conference on Communications - ICC 2007*, pp. 744-749, Glasgow, June 2007.
- [34] Q. Zhang and S. A. Kassam, "Finite-State Markov Model for Rayleigh Fading Channels," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 47, pp. 1688-1692, November 1999.
- [35] Predrag N. Ivanis, Dusan B. Drajić, Branka S. Vucetic, "Performance Evaluation of Adaptive MIMO-MRC Systems with Imperfect CSI by a Markov Model", in *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference - VTC 2007 Spring*, pp. 1496-1500, Dublin, Ireland, April 2007.
- [36] M. Zorzi, R. R. Rao, and L. B. Milstein, "Error Statistics in Data Transmission over Fading Channels," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 46, pp. 1468-1477, November 1998.

ABSTRACT

In this paper, a Markov model that successfully describes static and dynamic characteristics of multiantena systems is proposed. It is shown that the model parameters are determined using probability density function and level crossing rate of signal-to-noise ratio at the output of the corresponding eigenchannel. Using the developed model, the average burst length of packet errors which arise in data transmission on eigenmodes is determined and a possible application of the obtained results is proposed. All results are verified using Monte Carlo simulation method.

DYNAMIC PROPERTIES OF MIMO SYSTEMS WITH MULTICHANNEL BEAMFORMING

Predrag N. Ivaniš, Dušan B. Drajić and Branka S. Vučetić