

# Performanse SC diverziti sistema sa Rajsovim signalom i Rejljevom interferencijom

Mihajlo Č. Stefanović, Dragan D. Drača, Aleksandra S. Panajotović, Daniela M. Milović

**Sadržaj** – U ovom radu je razmatran SC (Selection Combining) diverziti sistem sa dve grane u prisustvu korelisanog Rajsovog fedinga i korelisane Rejljeve interferencije. Analizira se slučaj kada je interferencija dominantna u odnosu na ostale smetnje. Pošto se selekcija na SC prijemniku vrši na osnovu odnosa signala i interferencije, u radu je određena združena gustina raspodele ulaznih odnosa signala i interferencije. Ona je bila međukorak u dobijanju kumulativne raspodele signala na izlazu iz kombinera, pomoću koje se proračunava verovatnoća greške i verovatnoća otkaza sistema.

**Ključne reči** – bežični sistemi, funkcija kumulativne raspodele, interferencija, SC diverziti sistem.

## I. UVOD

Pojava fedinga i efekta senke mogu ozbiljno pogoršati kvalitet prenosa u bežičnim telekomunikacionim sistemima, a posebno u mobilnim sistemima. U takvim slučajevima primenjuju se diverziti tehnike prenosa sa različitim oblicima kombinovanja, koje smanjuju uticaj fedinga na performanse prenosnog sistema. Najbolji rezultati se postižu primenom MRC (Maximal-Ratio Combining) tehnike kombinovanja kod koje se vrši sabiranje odnosa snaga signala i šuma sa ulaznih grana. Zbog velike složenosti pri realizaciji ovakvog kombinera, učestala je primena SC kombinera. Ovaj tip prijemnika bira veću vrednost ulaznog signala. Jednostavnost ovog kombinera se ogleda u razmatranju samo jednog signala.

U bežičnim telekomunikacionim sistemima interferencija predstavlja značajnu smetnju, tako da se u nekim slučajevima uticaj ostalih smetnji može zanemariti. Zbog toga se često rad SC prijemnika zasniva na odabiru maksimalne vrednosti odnosa signala i interferencije.

U dosadašnjim radovima razmatrani su različiti modeli fedinga i interferencije. [1] proučava slučaj kada anvelope signala imaju korelisanu Nakagami-m raspodelu, a anvelope interferencije Rejljevu raspodelu. Slučaj kada anvelope signala i interferencije imaju korelisanu Vejbulovu raspodelu obrađen je u radu [2]. Naš rad proučava slučaj kada anvelope signala na ulazu u SC kombiner imaju združenu Rajsovu gusinu verovatnoće, a anvelope interferencije imaju Rejljevu gusinu verovatnoće. Anvelope signala sa Rajsovom gusinom raspodele se često javljaju kao model za određivanje

M. Č. Stefanović, Elektronski fakultet u Nišu, Srbija (telefon: 381-18-529424, fax: 381-18-588399, e-mail: misa@elfak.ni.ac.yu)

D. Lj. Drača, Elektronski fakultet u Nišu, Srbija (e-mail: draca@elfak.ni.ac.yu)

A. S. Panajotović, Elektronski fakultet u Nišu, Srbija (e-mail: alexa@elfak.ni.ac.yu)

D. M. Milović, Elektronski fakultet u Nišu, Srbija (e-mail: dacha@elfak.ni.ac.yu)

performansi bežičnih telekomunikacionih sistema zbog pretpostavke o značajnoj direktnoj komponenti [3], [4]. Određivanje karakteristike sistema koji se modeluju Rajsovim fedingom je mnogo složenije u odnosu njegovo modelovanje Rejljevim ili Vejbulovim fedingom.

## II. FUNKCIJA ZDRUŽENE GUSTINE RASPODELE ULAZNIH ODNOSA SIGNALA I INTERFERENCIJE

Ako razmotrimo slučaj kada su anvelope Rajsovog signala ( $r_1, r_2$ ) na ulazne grane SC kombinera korelisane, tada funkciju njihove združene gustine raspodele možemo opisati sledećom relacijom:

$$p_{r_1 r_2}(r_1, r_2) = \frac{r_1 r_2}{\sigma^4 (1-r^2)} e^{-\frac{r_1^2 + r_2^2 + 2B^2(1-r)}{2\sigma^2(1-r^2)}} \sum_{k=0}^{+\infty} \varepsilon_k \cdot I_k\left(\frac{r_1 r_2 r}{\sigma^2(1-r^2)}\right) I_k\left(\frac{r_1 B}{\sigma^2(1+r)}\right) I_k\left(\frac{r_2 B}{\sigma^2(1+r)}\right) \quad (1)$$

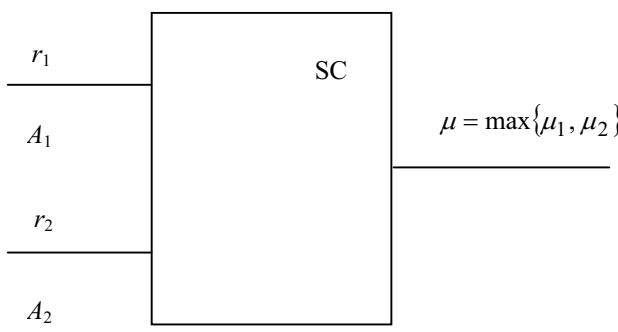
pri čemu je  $\varepsilon_k = 1(k=0)$ , tj.  $\varepsilon_k = 2(k \neq 0)$ .  $B$  je dominantna komponenta, tj. komponenta optičke vidljivosti na prijemu,  $r$  je stepen korelacije i  $\sigma^2$  je varijansa rasejanih komponenti.

U bežičnim sistemima kanalna interferencija može degradirati prijemni signala. Ta degradacija je pogotovo izražena u satelitskim telekomunikacionim sistemima. Ukoliko se interferencija prostire po više putanja i na velika rastojanja njena združena funkcija gustine raspodele je Rejljeva:

$$p_{A_1, A_2}(A_1, A_2) = \frac{A_1 A_2}{\sigma_A^4 (1-r_A^2)} e^{-\frac{A_1^2 + A_2^2}{2\sigma_A^2(1-r_A^2)}} \cdot I_0\left(\frac{A_1 A_2 r_A}{\sigma_A^2(1-r_A^2)}\right) \quad (2)$$

pri čemu je  $r_A$  stepen korelacije interferencije i  $\sigma_A^2$  je varijansa rasejanih komponenti interferencije.

Selektivno kombinovanje je tehnika kombinovanja signala u diverziti sistemima kod koje se vrši odabiranje trenutno najjačeg signala među diverziti signalima [5]. Prijemnik sa selektivnim kombinovanjem (sl. 1) procenjuje trenutnu vrednost odnosa signal-šum svih grana i bira se ona sa najvećom vrednošću [6]. U koliko je vrednost kanalne interferencije visoka, u poređenju sa termičkim šumom, SC prijemnik bira granu sa najvećim odnosom signala i interferencije ( $\mu_1 = r_1/A_1, \mu_2 = r_2/A_2$ ).



Sl. 1. Prijemnik sa selektivnim kombinovanjem.

Zbog uvođenja novih promenljivih,  $\mu_1$  i  $\mu_2$ , uslovna funkcija združene gustine raspodele ulaznih odnosa signala i interferencije je:

$$p_{\mu_1 \mu_2 / A_1 A_2} (\mu_1, \mu_2, A_1, A_2) = |J| p_{r_1 r_2} (\mu_1 A_1, \mu_2 A_2) \quad (3)$$

pri čemu je vrednost jakobijan transformacije  $|J| = A_1 A_2$ .

Funkcija združene gustine raspodele dobija se usrednjavanjem prethodne jednačine tj.:

$$p_{\mu_1 \mu_2} (\mu_1, \mu_2) = \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} A_1 A_2 p_{r_1 r_2} (\mu_1 A_1, \mu_2 A_2) \cdot p_{A_1 A_2} (A_1, A_2) dA_1 dA_2 \quad (4)$$

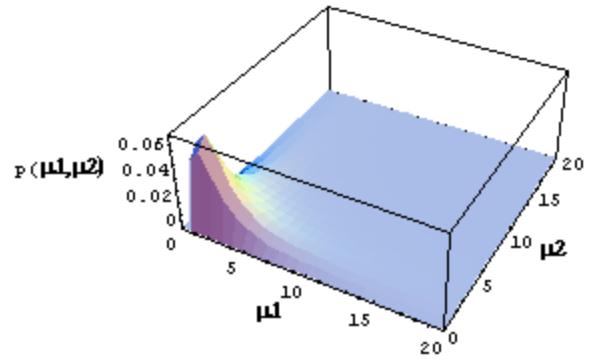
Ako iskoristimo poznati razvoj modifikovane Beselove funkcije  $I_k(x)$  u red:

$$I_k(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2n+k}}{2^{2n+k} n! \Gamma(n+k+1)} \quad (5)$$

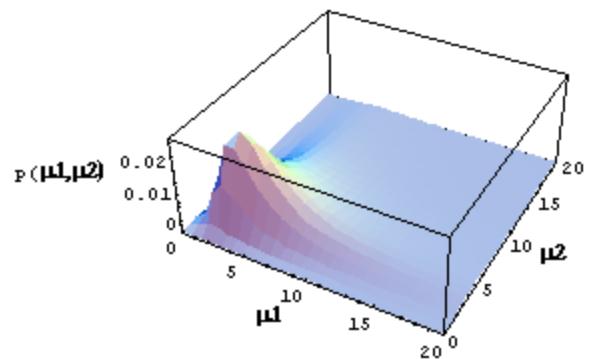
i primenimo je na relacije (1), (2) i (4), nakon niza matematičkih operacija dobija se funkcija združene gustine raspodele ulaznih odnosa signala i interferencije u zatvorenom obliku:

$$\begin{aligned} p_{\mu_1 \mu_2} (\mu_1, \mu_2) &= e^{-\frac{B^2}{\sigma^2(1+r)}} \sum_{k,p,n,l,m=0}^{+\infty} \frac{\varepsilon_k}{2^{p+l+k+2}} \\ &\cdot \frac{\mu_2^{2(n+l+k+0.5)} B^{2(p+l+k)} r_A^{2m} r^{2n+k}}{(1-r_A^2)^{2m+1} \sigma^{6k+4n+4l+4p+4} (1+r)^{2p+2l+3k+1}} \\ &\cdot \frac{\mu_1^{2(n+p+k+0.5)} \Gamma(n+l+m+k+2)}{n! p! m! l! \Gamma(m+1) \Gamma(l+k+1) \Gamma(n+k+1) \Gamma(p+k+1)} \quad (6) \\ &\cdot \frac{\Gamma(n+p+k+m+2)}{\sigma_A^{4m+4} \left( \frac{1}{\sigma_A^2 (1-r_A^2)} + \frac{\mu_1^2}{\sigma^2 (1-r^2)} \right)^{n+p+k+m+2}} \\ &\cdot \frac{1}{(1-r)^{2n+k+1} \left( \frac{1}{\sigma_A^2 (1-r_A^2)} + \frac{\mu_2^2}{\sigma^2 (1-r^2)} \right)^{n+l+k+m+2}} \end{aligned}$$

Na sl. 2 je prikazana funkcija združene gustine raspodele  $p_{\mu_1 \mu_2} (\mu_1, \mu_2)$  za različite vrednosti dominantne komponente Rejljevog fedinga i različitog stepena korelacije kako korisnog signala, tako i interferencije.



a)



b)

Sl. 2. Združena gustina raspodele ulaznih odnosa signala i interferencije ( $\sigma = 1$ ,  $\sigma_A = 0.5$ ):

a)  $B = 1$ ,  $r = r_A = 0.2$ ; b)  $B = 3$ ,  $r = r_A = 0.5$ .

Prethodna slika pokazuje da pri manjoj vrednosti dominantne komponente i manje korelacije ulaznih signala veća je verovatnoća pojavljuvanja manjih vrednosti ulaznih odnosa signala i interferencije na osnovu kojih selektivni kombajner odabira izlaznu veličinu. Veći stepen korelacije i veća vrednost dominantne komponente omogućavaju veći opseg ulaznih odnosa.

### III. PERFORMANSE SC DIVERZITI SISTEMA

Funkcija verovatnoće greške u potpunosti može opisati performanse bilo kog sistema i pokazati koji parametar kako i u kolikoj meri utiče na proces prenosa informacije. Da bi se odredila verovatnoća greške i verovatnoća otkaza sistema neophodno je odrediti funkciju kumulativne gustine raspodele. Ona je definisana kao:

$$F_\mu(\mu) = F_{\mu_1 \mu_2}(\mu, \mu) \quad (7)$$

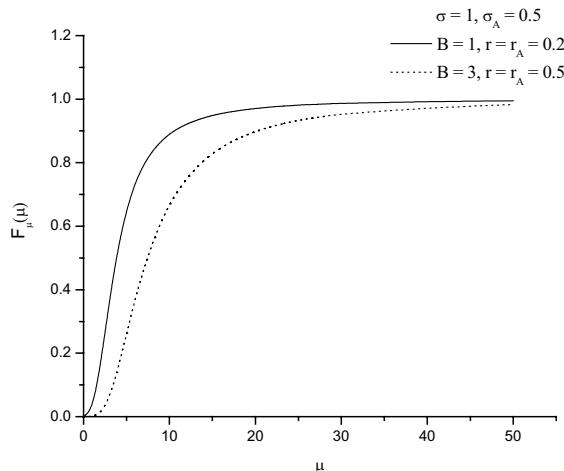
pri čemu je:

$$F_{\mu_1 \mu_2}(\mu_1, \mu_2) = \int_0^{\mu_1} \int_0^{\mu_2} p_{\mu_1 \mu_2}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad (8)$$

Sam oblik relacije (6) ukazuje na niz matematičkih problema pri proračunu kumulativne gustine raspodele i njenu veliku složenost:

$$\begin{aligned}
F_\mu(\mu) = & e^{-\frac{B^2}{\sigma^2(1+r)}} \sum_{k,p,n,l,m=0}^{+\infty} \frac{\varepsilon_k}{2^{p+l+k}} \\
& \cdot \frac{B^{2(p+l+k)} r_A^{2m} r^{2n+k} \sigma_A^{4n+2p+2l+4k+4}}{\sigma^{6k+4n+4l+4p+4} (1+r)^{2p+2l+3k+1}} \\
& \cdot \frac{\Gamma(n+l+m+k+2)(1-r_A^2)^{2n+2k+p+l+3}}{n! p! m! l! \Gamma(m+1) \Gamma(l+k+1) \Gamma(n+k+1) \Gamma(p+k+1)} \\
& \cdot \frac{\Gamma(n+p+k+m+2) \mu^{4n+4k+2p+2l+4}}{(n+p+k+1)} \\
& \cdot \frac{{}_2F_1 \left[ n+p+k+m+2, n+p+k+1, n+p+k+2, -\frac{\sigma_A^2(1-r_A^2)}{\sigma^2(1-r^2)} \mu^2 \right]}{(1-r)^{2n+k+1}} \\
& \cdot \frac{{}_2F_1 \left[ n+l+k+m+2, n+l+k+1, n+l+k+2, -\frac{\sigma_A^2(1-r_A^2)}{\sigma^2(1-r^2)} \mu^2 \right]}{(n+l+k+1)}
\end{aligned} \tag{9}$$

Funkcija kumulativne gustine raspodele, opisane jednačinom (9), prikazana je na slici 3.



Sl. 3. Funkcija kumulativne gustine raspodele.

#### V. ZAKLJUČAK

Selektivno kombinovanje je najednostavnija i najčešće korišćena tehnika kombinovanja signala u diverziteta sistemima. Da bi mogle proceniti performanse bežičnog sistema koji koristi SC prijemnik neophodno je proračunati verovatnoću greške ovog sistema. Za njen proračun neophodno je poznavati funkciju združene

gustine raspodele ulaznih odnosa signala i interferencije (ukoliko je interferencija dominantna smetnja), dok je za proračun verotanoće otkaza sistema potrebno poznavati funkciju kumulativne gustine raspodele. Obe funkcije gustine raspodele su određene u ovom radu za slučaj prisustva Rajsovog fedinga i Rejljeve interferencije. Dobijeni rezultati imaju veliku tačnost jer nije korišćen nijedan numerički metod za njihovo proračunavanje, što daje veliku preciznost u proceni performansi SC diverziteta sistema.

#### LITERATURA

- [1] S. Okui, "Effects of CIR Selection Diversity With Two Correlated Branches in the m-Fading Channel," *IEEE Transactions on Commun.*, vol. 48, no. 10, pp. 1631-1633, Oct. 2000.
- [2] M. Stefanović, D. Milović, A. Mitić, M. Jakovljević, "Performance Analysis with Selection Combining over Correlated Weibull Fading Channel in the Presence of Cochannel Interference," *International Journal AEU*, to be published.
- [3] M. K. Simon, M. S. Alouini "On the Difference of Two Chi-Square Variated With Application to Outage Probability Computation," *IEEE Transactions on Commun.*, vol. 49, no. 11, pp. 1946-1954, Nov. 2001.
- [4] T. T. Tjhung, C. C. Chai, X. Dong, "Outage Probability for a Rician Signal in L Rician Interferers," *Electron. Lett.*, vol. 31, pp. 532-533, Mar. 1995.
- [5] G. Lukatela, *Statistička teorija telekomunikacija i teorija informacija*, Građevinska knjiga, Beograd 1981.
- [6] X. Dong, N. Beaulieu, "Average Level Crossing Rate and Average Fade Duration of Selection Diversity," *IEEE Communications Letters*, vol. 5, no. 10, pp. 396-398, Oct. 2001.

#### ABSTRACT

The SC diversity system performance with two correlated branches in the Ricean fading is researched in this paper. We consider case when Rayleigh interference is dominated in regard to other disturbances. Joint probability density function of input signal-to-interference ratios is derived in this paper. It is needful for determining of cumulative density function (CDF). CDF is obtained, too. Both of these functions are important to compute bit error probability and outage probability.

#### PERFORMANCE OF SC DIVERSITY SYSTEM WITH RICEAN SIGNAL AND RAYLEIGH INTERFERENCE

Mihajlo Stefanović, Dragan Drača, Aleksandra Panajotović, Daniela Milović