

Realizacija IIR digitalnih filtara primenom protočne obrade signala

Milenko Ćirić

Postupak protočne obrade signala (Pipelining-Interleaving-PI postupak) omogućava da se umesto korišćenja K identičnih digitalnih filtara za K kanala koristi samo jedan. Uvođenjem povratne sprege sa izlaza jednog kanala na ulaze drugih možemo da realizujemo funkcije $H^2(z)$, $H^3(z)$... $H^K(z)$. Kod primene PI postupaka na IIR filtre javlja se problem zbog promene kritične petlje, tako da je potrebno promeniti strukturu filtra da bi postupak bio primenljiv u praksi. U ovom radu izvršena je realizacija ovakve strukture sa IIR filtrima realizovanim sa funkcijama svepropusnika i izvršeno snimanje karakteristika filtra simulacijom u Matlab-u za $K=2$.

Ključne reči — Digitalno filtriranje, kritična petlja, postupak protočne obrade signala, svepropusni filtri.

I. UVOD

U NEKIM komunikacionim sistemima potrebno je procesirati dva i više kanala filtrima različitih karakteristika. Postupak protočne obrade signala tj. PI postupak [1] omogućava da podizanjem učestanosti odabiranja K puta i zamenom svakog kašnjenja u filtru (z^{-1}) sa K kašnjenja (z^{-K}) koristimo jedan filter za sve kanale, kao što je to prikazano na Sl. 1 (za slučaj $K=2$).

Ovaj postupak se sastoji u filtriranju složenog signala koji sadrži odbirke svih kanala ($x_1(n)$, $x_2(n)$...) sa ulaza (kao kod vremenskog multipleksa) jednim proširenim filtrom $H(z^K)$. Iz signala sa izlaza filtra vrši se izdvajanje odbiraka po kanalima tako da na izlazu dobijamo signale ($y_1(n)$, $y_2(n)$...) identične onima koje bi dobili da smo filtrirali ulazne signale filtrom $H(z)$ svaki ponaosob.

Na osnovu ovakvog pristupa izve dene su različite tehnike realizacije digitalnih filtara [1]-[8]. Z. Jiang i A. Willson [1] su predložili da se iskoristi izlaz jednog kanala kao ulaz drugog, tako da se dobije situacija kao da se signal dva puta sukcesivno vodio na isti filter. Na taj način bi se dobila realizacija funkcija $H^2(z)$ i $H(z)$. Ako bi se nastavilo dalje na isti način, PI postupak sa tri kanala bi mogao da se iskoristi za realizaciju funkcija $H^3(z)$, $H^2(z)$ i $H(z)$ i na kraju, PI postupak sa K kanala bi mogao da se iskoristi za realizaciju funkcija $H^K(z)$, $H^{K-1}(z)$... $H(z)$.

Kod primene ovako modifikovanog PI postupka na FIR filtre ograničeni smo jedino tehnološkim mogućnostima raspoloživih resursa (zbog uvećanja učestanosti odabiranja). Za razliku od FIR filtara, situacija kod primene na IIR filtre je znatno složenija. Najveći problem predstavlja uvođenje novih povratnih sprega što uslovljava i promenu kritične petlje.

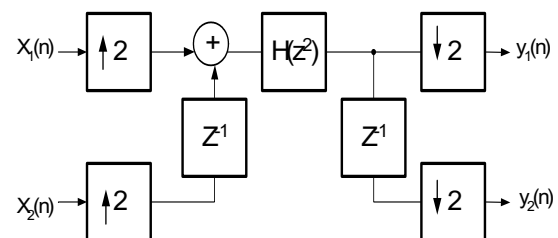
Efekte promene kritične petlje možemo da minimizujemo ukoliko IIR filter realizujemo uz korišćenje svepropusnih filtara kao na Sl. 2 [1]. Kako se samo određene funkcije prenosa mogu realizovati na način prikazan na Sl. 2 to znači da smo ograničeni u izboru IIR filtara na koje želimo da primenimo PI postupak.

Prethodne pretpostavke proverićemo na taj način što ćemo uporediti karakteristike filtra čija je funkcija prenosa $H^2(z)$ sa karakteristikom strukture sa Sl. 1, pri čemu ćemo IIR filter čija je funkcija prenosa $H(z)$ realizovati uz pomoć svepropusnih filtara kao na Sl. 2. Snimanje karakteristike nove strukture izvršićemo tako što ćemo na njen ulaz dovoditi sinusnu sekvencu signala čiju ćemo učestanost menjati u opsegu od nula do π i na osnovu odziva određivati tačku po tačku karakteristike, dok ćemo karakteristiku kaskadne veze filtara $H^2(z)$ dobiti primenom naredbe CONV na koeficijente filtra $H(z)$. Neslaganja u rezultatima dobijenim na oba načina bi trebalo da budu rezultat jedino greške zaokruživanja i greške koju unosi simulacija u Matlab-u ukoliko je postupak predložen u [1] ispravan.

II. DIGITALNO FILTRIRANJE PRIMENOM „PIPELINING INTERLEAVING“ POSTUPKA

Ako digitalni filter ima funkciju prenosa $H(z)$ i ako je proširimo sa faktorom dva, tj. ako svako kašnjenje u filtru (z^{-1}) zamenimo sa dva kašnjenja (z^{-2}) dobićemo filter sa funkcijom prenosa $H(z^2)$.

$x_1(n)$, $x_2(n)$ – ulazni signali
 $y_1(n)$, $y_2(n)$ – odgovarajući izlazni signali

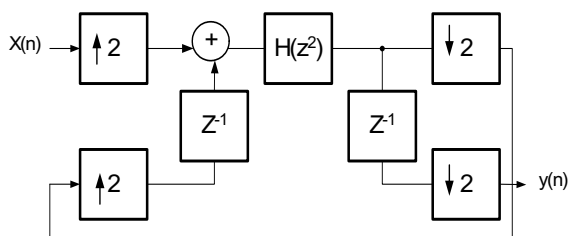


Sl. 1. Digitalno filtriranje dve nezavisne sekvence signala jednim filtrom.

Pretpostavimo da imamo dve nezavisne sekvence signala $x_1(n)$ i $x_2(n)$ i da hoćemo da budu filtrirane filtrima identičnih karakteristika čije su funkcije prenosa $H(z)$.

Alternativa korišćenju dva filtra za svaku sekvencu ponaosob je primena “multirate” pristupa sa Sl. 1. U ovom

slučaju vidimo da se vrši multipleksiranje signala $x_1(n)$ i $x_2(n)$ (uvećanjem učestanosti odabiranja signala sa faktorom dva, pomeranjem jednog signala, pa onda njihovim sabiranjem) zatim filtriranje ovako dobijenog signala sa filtrom proširenim sa faktorom dva i na kraju razdvajanjem signala (snižavanjem učestanosti odabiranja).



Sl. 2. Realizacija kaskadne veze dva filtra $H(z)$.

Ako bi smo koristili samo jedan kanal sa Sl. 1, mogli bi smo da prvu izlaznu sekvencu $y_1(n)$ vratimo na ulaz drugog kanala. Na taj način svaki odbirak ulaznog signala bi bio procesiran dva puta na isti način, tj. imali bi smo situaciju kao da je sekvenca signala $x_1(n)$ dva puta bila filtrirana filtrom čija je funkcija prenosa $H(z)$.

Kao što vidimo, ukoliko PI postupak primenjujemo na dva kanala, moramo izvršiti uvećanje učestanosti odabiranja dva puta, a u slučaju K kanala moramo izvršiti učestanosti odabiranja K puta. Pri tome moramo voditi računa da ukoliko je učestanost odabiranja visoka, K mora da bude relativno malo jer se broj registara (potrebnih zbog realizacije z^{-k}) može značajno uvećati.

III. PARALELNA REALIZIJA IIR FILTARA KORIŠĆENJEM SVEPROPUSNIH FUNKCIJA

A. Struktura filtara

IIR NF filter $H(z)$ koji ćemo koristiti za primenu PI postupka realizovali smo kao paralelnu vezu dva svepropusna filtra kao što je to prikazano na Sl. 3. Funkcije svepropusnika $A_0(z)$ i $A_1(z)$ određene su jednačinama:

$$A_0(z) = \prod_{k=r+1}^N \frac{z^{-1} - (\xi_k^*)^{-1}}{1 - \xi_k^{-1} z^{-1}} \quad (1)$$

$$A_1(z) = \prod_{k=1}^r \frac{z^{-1} - \xi_k^*}{1 - \xi_k z^{-1}} \quad (2)$$

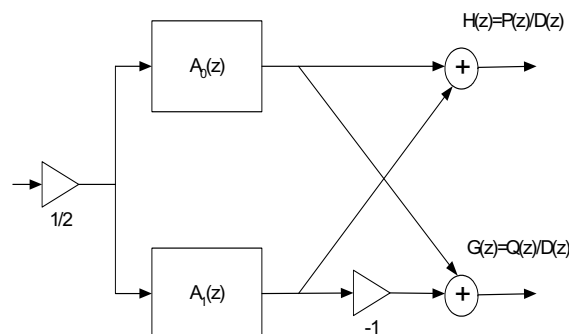
gde su:

$H(z)=P(z)/D(z)$ i $G(z)=Q(z)/D(z)$ – par funkcija prenosa (NF i VF filtara) komplementarnih u smislu snage,

ξ_k - nule polinoma $P(z)+Q(z)$, i to r nula unutar jediničnog kruga i preostalih $N-r$ nula van jediničnog kruga.

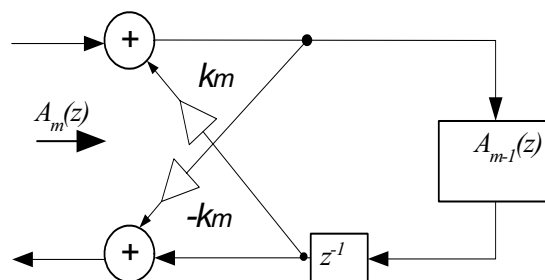
Uslove da se mogu predstaviti u formi sa Sl. 2 zadovoljavaju Batervortovi, Čebiševljevi i eliptički filtri

izvedeni bileniarnom transformacijom [3].



Sl. 3. Paralelna struktura sa svepropusnicima.

Svepropusne filtre realizovali smo višestrukom ekstrakcijom mreže sa dva para krajeva kao što je prikazano na Sl. 4, pri čemu su koeficijenti k_m izračunati za svaki korak.



Sl. 4. Realizacija svepropusnih filtara višestrukom ekstrakcijom mreže sa dva para krajeva, , .

Na kraju dolazimo do konačne strukture IIR filtra koju ćemo koristiti pri realizaciji funkcije $H(z^2)$ pomoću PI postupka (naravno, broj rekurzivnih grana zavisice od reda filtra).

B. Potrebni uslovi

Da bi izlazni signal $y_2(n)$ sa Sl. 2 bio identičan izlazu iz kaskadne veze dva filtra $H(z)$ moraju biti ispunjeni sledeći uslovi:

- Sva počena stanja moraju biti na nuli, kako bi se prvi odbirak sabrao sa nulom iz kola za kašnjenje i dalje redom sinhronizovano do poslednjeg odbirka,
- Svi elementi sa Sl. 2 moraju da rade na istom taktu,
- Kako naš IIR filter sadrži veći broj elemenata za kašnjenje z^{-1} koje zamenjujemo sa z^{-2} , to je potrebno da određeni broj izlaznih odbiraka koji su jednaki nuli (njihov broj zavisi od reda filtra) odbacimo, kako bi izlaz iz strukture sa Sl. 2 bio identičan izlazu iz filtra $H(z^2)$.

IV. IMPLEMENTACIJA POSTUPKA

Prethodne pretpostavke proverićemo na primeru u Matlab-u. Izvršičeno snimanje karakteristike kola sa Sl. 2 i

uporediti je sa karakteristikom filtra $H^2(z)$. Snimanje karakteristike ćemo uraditi na sledeći način:

Na ulaz strukture sa Sl. 2 dovedemo sinusoidalni signal jedinične amplitude, koji će sadržati 256 odbiraka (dovoljno veliki broj da bi nam greška bila prihvatljiva) a čiju ćemo učestanost menjati u opsegu od nule do π radijana (ceo opseg od nule do 2π podelićemo na 256 tačaka tako da dobijemo dovoljan broja tačaka za crtanje karakteristike). Kao što smo rekli ulazni signal će biti:

$$x(n) = \sin(2 * \pi * n * k/256) \quad (3)$$

pri čemu će koeficijent k određivati učestanost za datu tačku snimanja karakteristike.

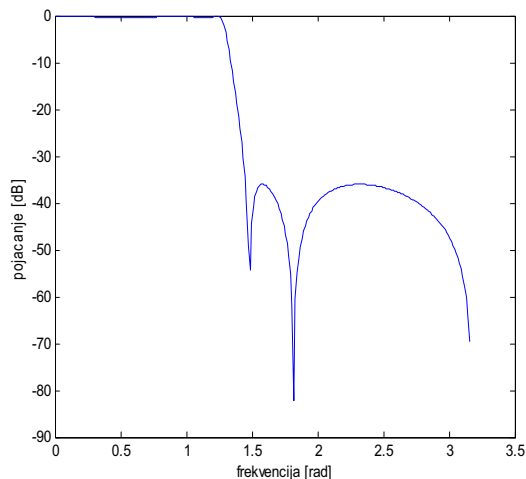
Kolo za kašnjenje ćemo realizovati na način kako se i definiše - sa prvim taktom kolo generiše nulu, a zatim proslauđuje ulazne odbirke pomerene za jedno mesto.

Kolo za uvećanje učestanosti odabiranja - sa prvim taktom proslauđuje prvi odbirak, zatim generiše nulu, zatim sledi drugi odbirak i tako redom.

Kolo za sniženje učestanosti odabiranja - sa prvim taktom proslauđuje prvi ulazni odbirak, zatim sledeći izostavlja (smatra se da je u tom trenutku signal na njegovom izlazu jednak nuli), zatim proslauđuje treći odbirak i tako redom.

Filter $H(z^2)$ – kao što je u predhodnoj tački pojašnjeno.

Na ovaj način određivaćemo izlazni signal iz strukture sa Sl. 2 odbirak po odbirak, sve do isteka poslednjeg. Zatim ćemo postupak ponavljati za svaku učestanost ponaosob dok ne dobijemo sve tačke amplitudske karakteristike.



Sl. 5. Karakteristika izabranog filtra $H(z)$.

Izabraćemo NF IIR filter sledećih karakteristika:

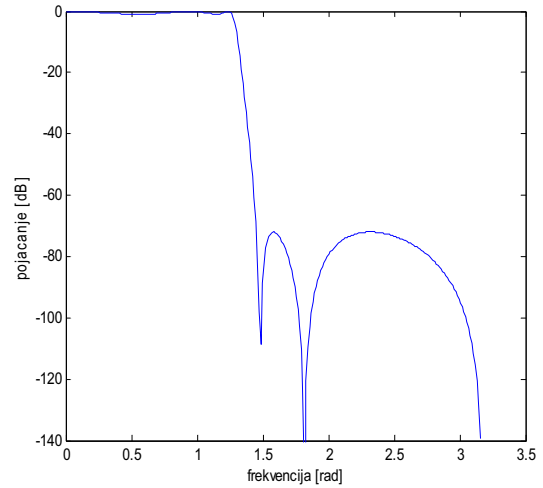
`[N,wn]=ellipord(0.4,0.5,0.5,36);`

`[b,a]=ellip(5,0.5,36,0.4);`

i pri tome dobijamo da je red filtra $N=5$.

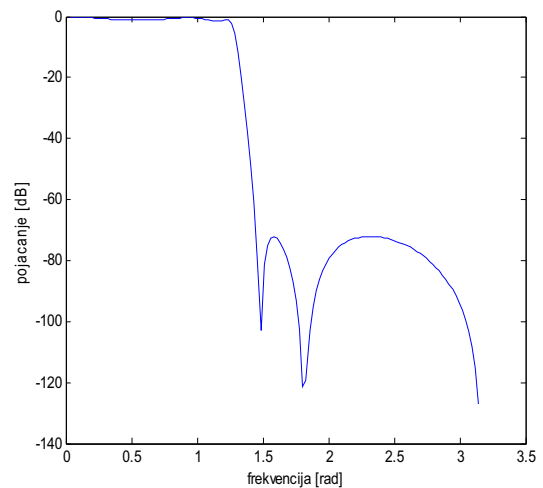
Prema predhodno rečenom, ovakav filter se može predstaviti preko paralelne strukture sa svepropusnicima. Karakteristika predloženog filtra prikazana je na Sl. 5.

Realizaciju kaskadne veze dva ovakva filtra izvršili smo konvolucijom koeficijenata filtra sa samom sobom i njena karakteristika je prikazana na Sl. 6.



Sl. 6. Karakteristika kaskadne veze $H^2(z)$.

Zatim smo primenili opisani postupak snimanja karakteristike strukture sa Sl. 2, pri čemu je filter $H(z)$ realizovan preko opisanog postupka za paralelnu strukturu sa svepropusnicima i dobili karakteristiku koja je prikazana na Sl. 7.



Sl. 7. Karakteristika kaskadne veze $H^2(z)$ snimana "odbirak po odbirak".

Sa prikazanih slika vidimo da su karakteristike kaskadne veze filtara $H^2(z)$ i strukture sa Sl. 2 u kojoj je primenjen PI postupak gotovo identične.

Jasniju sliku o uspešnosti predloženog postupka možemo sagledati upoređivanjem izlaznih signala u vremenskom domenu. Maksimalnu grešku ćemo definisati kao maksimalnu vrednost razlike između vrednosti svakog odbirka dobijenog na oba načina i na svim učestanostima.

Na osnovu njene vrednosti ćemo moći da zaključimo da li se radi o greški izračunavanja (greške zaokruživanja, zbog "curenja spektra", zbog konačnog broja tačaka za snimanje itd.). Posle implementacije u Matlab-u dobijamo da je maksimalna greška:

$$E_{\max} = 4.8406e-014$$

Kako je greška reda 10^{-14} , to možemo da zaključimo da se sigurno radi o greški izračunavanja, tj. da se naša predložena struktura za implementaciju modifikovanog PI postupka može slobodno primeniti za dobijanje funkcija $H^2(z)$, $H^3(z)$,..... $H^K(z)$ primenom IIR filtara.

Razlike u vremenskom domenu između realizacija sa kaskadnom vezom dva filtra i strukture u kojoj smo primenili PI postupak možemo da sagledamo sa Sl. 8 na kojoj su na istom grafiku prikazane vrednosti izlaznih odbiraka za ulazni sinusoidalni signal na nekoliko frekvencija u opsegu od nula do π .



Sl. 5. Uporedni grafik izlaza iz kaskadne veze dva filtra $H(z)$ i izlaza iz strukture u kojoj smo primenili PI postupak za ulazni signal $x(n)$.

V. ZAKLJUČAK

Modifikovani PI postupak daje rešenje za racionalizaciju hardverskih resursa kod aplikacija gde se zahteva uzastopna primena istog filtra. Kod IIR digitalnog filtriranja ovakav postupak moguće je primeniti na strukture realizovane paralelnom primenom funkcija svepropusnika. Proverom izvršenom simulacijom u Matlab-u se pokazuje da predložena struktura daje rezultate gotovo identične onima kod direktne primene kaskadne veze dva filtra. Bilo bi korisno krenuti i korak dalje, tj. primeniti ovakav postupak na svaku primenu ponaosob (na primer na decimacione i interpolacione filtre) i proveriti kakva poboljšanja u smislu funkcionalnosti i poboljšanja karakteristika možemo da

dobijemo.

LITERATURA

- [1] Z. Jiang and A. N. Willson, "Efficient digital filtering architectures using pipelining/interleaving," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. 44, no. 2, pp. 110-118, February 1994.
- [2] J. F. Kaiser and R. W. Hamming, "Sharpening the response of a symmetric nonrecursive filter by multiple use of the same filter," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSIP-25, pp. 415-422, Oct. 1977.
- [3] Valenzuela, R. A. and A. G. Constantinides, "Digital signal processing schemes for efficient interpolation and decimation," *IEEE Proceedings, Pt. G.*, vol. 130, no. 6, pp. 225-235, December 1983.
- [4] K. K. Parhi and D. G. Messerschmitt, "Pipeline interleaving and parallelism in recursive digital filters-Part I: Pipelining using scattered look-ahead and decomposition," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 37 no. 7, pp. 1099-1117, July 1989. E. H. Miller, "Periodical style—Accepted for publication," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, to be published.
- [5] B. Gold and K. L. Jordan, "A note on digital filter synthesis," *Proc. IEEE*, vol. 65, pp. 1717-1718, Oct. 1968.
- [6] C. S. Burrus, "Block implementation of digital filters," *IEEE Trans. Circuit Theory*, vol. CT-18, pp. 697-701, Nov. 1971.
- [7] J. W. Tukey, *Exploratory Data Analysis*. Reading, MA: Addison-Wesley, 1977.
- [8] M. Renfors and Y. Neuvo, "The maximum sampling rate of digital filters under hardware speed constraints," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. CAS-28, pp. 196-202, Mar. 1981. J. U. Duncombe, "Infrared navigation—Part I: Periodical style," *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. ED-11, pp. 34–39, Jan. 1959.

ABSTRACT

A pipelining/interleaving (PI) technique is developed for efficient digital filtering. By using a clock rate that is K times the data rate and with interleaved feedback of the output samples, a single expanded digital filter can be made equivalent to a cascade of K identical filters. The implemented application and results of PI process for realization cascade connection IIR filters are shown in this paper.

REALIZATION OF IIR DIGITAL FILTERS USING PIPELINING/INTERLEAVING

Milenko Ćirić