

Previd u Hercovim crtežima bliskog polja kratkog dipola

Božidar A. Aničin

Sadržaj — Izvršena je računska provera četiri crteža bliskog polja kratkog dipola koje je 1889. izračunao i nacrtao Hajnrih Herc. Tri crteža su u osnovi tačni, ali se u četvrtom nalaze elementi koji se ne mogu dobiti računom: jedna mala kružnica i jedna silnica koja seče samu sebe, koja ni teorijski ne može da postoji. Račun u ovom radu se oslanja na Hercovu teoriju dipola, na njegovu, sasvim zaboravljenu funkciju Q , koja bi i danas morala biti od velike vrednosti u nastavi, kada se radi o rotaciono-simetričnim problemima.

Ključne reči — antenska teorija, elektromagnetska teorija, Hercov dipol, kratki dipol.

I. UVOD

VЕĆI deo radova Hajnriha Herca o elektromagnetskim talasima objavljen je u drugoj knjizi njegovih sabranih dela [1]. Postoji autorizovan prevod ove knjige na engleski [2]. Opis prve antene i prvih eksperimenata dat je u radu [3]. Elektromagnetska teorija prostiranja radio-talasa je prvi put objavljena u radu [4]. Iscrpan pregled naučnog rada i života Hajnriha Herca dao je A. Foelsing [5]. Povodom stogodišnjice otkrića radio-talasa objavio je časopis *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* više članaka o Hajnrihu Hercu i njegovim eksperimentima [6]. Kod nas su o Hercu i otkriću radio-talasa pisali Marinčić [7] i Aničin [8].

U radu [3] Herc ukratko objašnjava kako je otkrio radio-talase. Pošto je Thompson 1853. objavio poznatu formulu za period oscilatornog kola, Berend Feddersen je 1858. je u Kiliu, u Nemačkoj, merio periode oscilatornih kola u kojima je kao kondenzator korišćena Lajdenska boca. Sa malim induktivnostima on je, metodom obrtnog ogledala, izmerio periode reda $1 \mu\text{s}$. Herc je došao na ideju da bi korišćenjem prave žice kao induktivnosti, sa loptama na krajevima koje obezbeđuju kapacitivnost kola, mogao da smanji period kola za faktor 100. Procenjene talasne dužine bile su reda 10 m, tako da bi sa ovim talasima upravo još mogao da eksperimentiše u svojoj velikoj učionici na Tehničkoj velikoj školi u gradu Karlsruhe. Herc je antenu opterećenu loptama zvao "veliki oscilator" i dugo je eksperimentisao s njom. U svim

crtežima bliskog polja [4] "veliki oscilator" je naznačen u središtu polja. Međutim, svi Hercovi finalni rezultati, koji se odnose na pravolinijsko prostiranje, odbijanje, interferenciju, polarizaciju i prelamanje dobijeni su pomoću polatalasnog dipola u cilindričnom paraboloidu, koji je radio na talasnoj dužini od oko 66 cm. Lopte kao tela koja obezbeđuju kapacitivnost „otvorenog kola“ otpale su sasvim.

U drugom delu rada date su osnovne veličine i jednačine problema bez ulaganja u izvođenje. U trećem delu prikazani su crteži bliskog polja kratkog dipola, a komentari su dati u završnim primedbama.

II. OSNOVNE VELIČINE I JEDNAČINE

Herc je stvarao svoju teoriju [4] pre otkrića polatalasne antene, tako da mu je "veliki oscilator" služio kao model. Lopte su zamjenjene količinama elektriciteta, provodnik strujom koja teče između lopti. Maksvelove jednačine su prvo napisane u Dekartovim koordinatama. Po prelasku na cilindrične koordinate r, φ, z Herc uvodi funkciju Q smenom:

$$rH_\varphi = \epsilon_0 \frac{\partial Q}{\partial t}, \quad (1)$$

gde je t vreme, H_φ azimutalna komponenta magnetskog polja i ϵ_0 dobro poznata konstanta slobodnog prostora. Uz Maksvelove jednačine, funkcija Q određuje obe komponente električnog polja:

$$E_z = \frac{1}{r} \frac{\partial Q}{\partial r}, \quad (2) \quad E_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial Q}{\partial z}. \quad (3)$$

Time je određena i jednačina silnice, koja glasi:

$$\frac{dr}{dz} = \frac{E_r}{E_z} = -\frac{\frac{\partial z}{\partial Q}}{\frac{\partial r}{\partial Q}}, \quad (4)$$

tako da uslovu $Q = \text{const.}$ odgovara jedna silnica.

Samu funkciju Q odredio je Herc iz funkcije Π , koja zadovoljava talasnu jednačinu, vezom $Q = r \frac{\partial \Pi}{\partial r}$. Za

Herca je i funkcija Π bila prosto skalarna funkcija, odgovarajuću vektorsku veličinu prvi je uveo Augusto Righi, sa Univerziteta u Bolonji.

Sama funkcija Q je, očevidno, fizička veličina i izražava se u V.m. Ona je srazmerna dipolnom momentu antene. Kako konstanta srazmernosti nije od značaja, u proračunu koristimo bezdimenzionu, normalizovanu veličinu

$$Q_n = \sin^2 \theta (\cos \Phi + \frac{1}{\beta R} \sin \Phi) \quad (5)$$

gde su R i θ koordinate sferičnog koordinatnog sistema ($R^2 = r^2 + z^2$, $\sin \theta = r/R$), a Φ je faza talasa $\Phi = \omega t - \beta R$, uz uobičajene oznake za kružnu učestanost $\omega = 2\pi/T$ i faznu konstantu $\beta = 2\pi/\lambda$, period T i talasnu dužinu λ .

III. CRTEŽI POLJA

Herc je izabrao da nacrtava blisko polje kratkog dipola u četiri trenutka vremena: $t = 0, T/8, T/4$ i $3T/8$, u kvadratu u meridionalnoj ravni veličine $3\lambda/2 \times 3\lambda/2$. Ove krive su postale čuvane i često se reproducuju u udžbenicima elektromagnetike. Recimo, u udžbeniku prof. J. Surutke [9] dato je šest crteža polja u ovom kvadratu i jedan u širem području $4\lambda \times 2\lambda$. Ovde ćemo prikazati sva četiri crteža, slike 27 do 30 iz Hercovih sabranih dela.

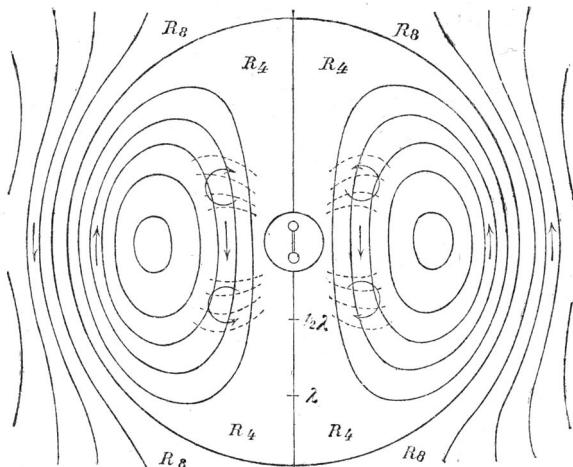


Fig. 27.

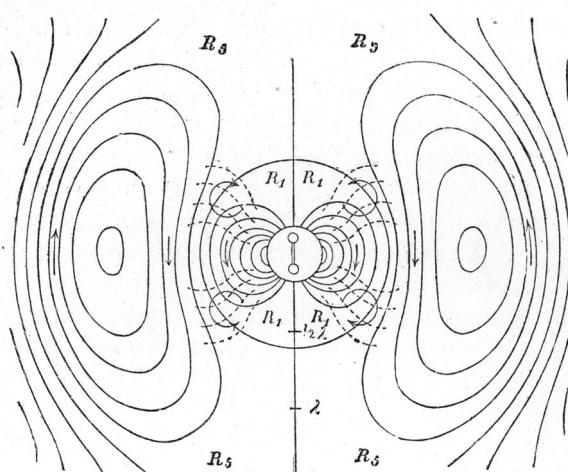


Fig. 28.

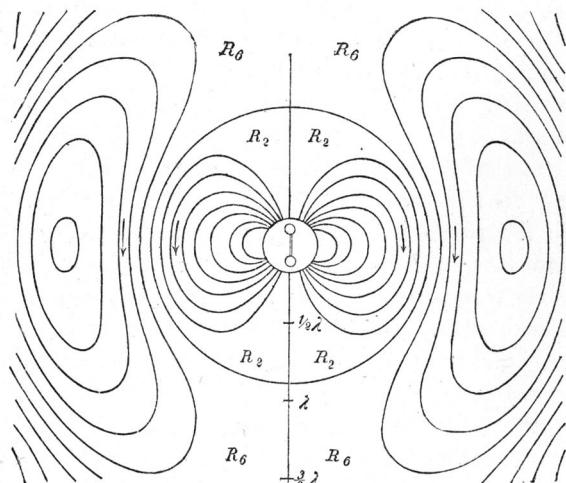


Fig. 29.

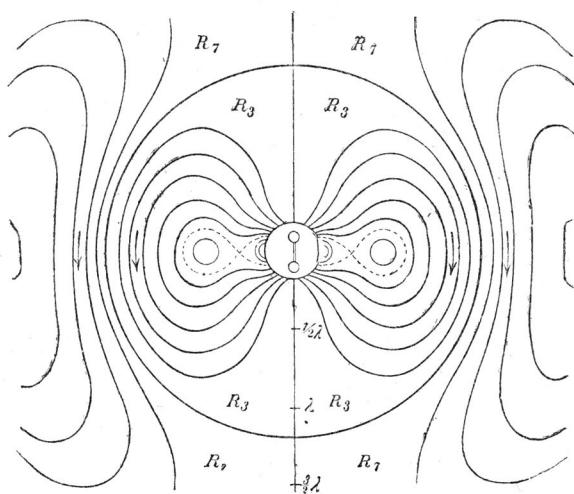
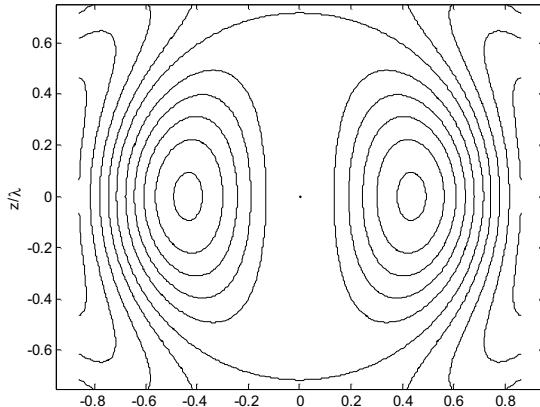


Fig. 30.

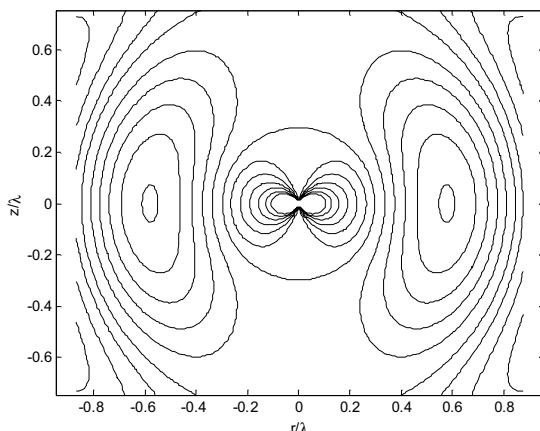
Slika 1. Hercove silnice bliskog polja u četiri trenutka vremena: $t = 0, T/8, T/4$ i $3T/8$, tj. slike 27 do 30 iz Hercovih sabranih dela ([1] i [2]). Uočite crtež dipola u sredini, malu kružnicu i isprekidanu liniju sile, koja preseca samu sebe
Upozorenje: kod Herca je λ polovina talasne dužine.

Autor ovog članka je želio da dobije, pomoću računara, sve četiri Hercove slike. Trebalo je odrediti vrednosti Q_n koje je Herc koristio u svojim računima. Naime, originalne vrednosti nisu objavljene. Bilo je, međutim, poznato da su ΔQ_n , razlike Q_n susednih silnica, iste na svim crtežima. Ovo je Hercu bilo od značaja jer je sa istim ΔQ_n mogao da odredi one tačke u meridionalnoj ravni u kojima je polarizacija talasa cirkularna. Zato su, u prvom potezu, crteži polja urađeni tako da bar broj krivih bude isti, ili približno isti, kao kod Herca. U drugom koraku su određene vrednosti Q_n za sve nacrtane krive. Ispostavilo se da su sve razlike ΔQ_n bliske 0.2, pa je ova vrednost prihvaćena kao tačna u daljem računu. Teško je zamislivo da bi neko počeo nov račun brojevima koji bi, bez ikakvog razloga, imali veliki broj cifara. Tako je ostalo da crteži

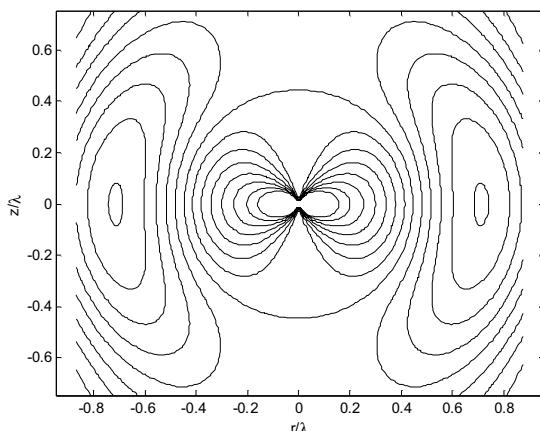
silnica zavise od jedne jedine veličine, početne vrednosti Q_n u nizu. Radi određivanja ovih početnih vrednosti sa Hercovih slika su uzimane dve karakteristične dužine, kao što su prečnik kružnice i vertikalna mera neke od ovala. Početna vrednost je onda birana tako da ovaj odnos ima istu vrednost na kompjuterskim slikama, kakav je i kod Herc-a. Autor veruje da geometrijski odnosi na kompjuterski generisanim slikama ne odstupaju više od 1% od onih na Hercovim slikama.



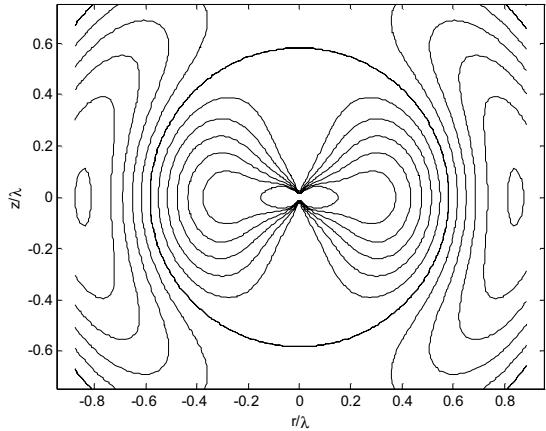
a



b



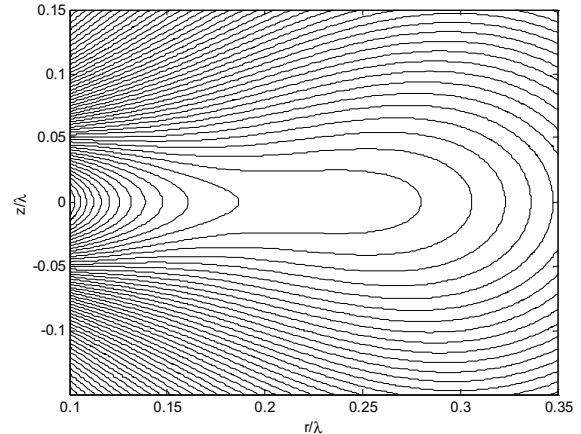
c



d

Slika 2, a do d. Silnice sa računara u trenucima $t = 0, T/8, T/4$ i $t = 3T/8$

Na slici 2. su prikazane silnice dobijene na računaru, koje bi trebalo da budu identične sa Hercovim na slici 1. Uočavaju se manje razlike na svim krivim, ali posebno pada u oči nedostatak male kružnice i linije koja preseca samu sebe na slici 2d. U pokušaju da pronađemo ove poslednje, crtamo 50 silnica u malom pravougaoniku $r/\lambda \in (0.1, 0.35)$, $z/\lambda \in (-0.15, 0.15)$. I kružnica i isprekidana silnica treba da se nalaze u tom području, recimo centar kružnice bi trebalo da bude na $r/\lambda \approx 0.3$. Rezultat je prikazan na slici 3.

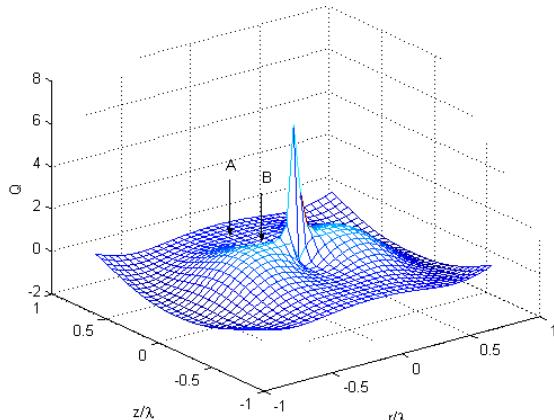


Slika 3.

Mi možemo sada da povećamo broj krivih dok se slika sasvim ne zacrni, da smanjimo pravougaoni domen i dalje povećavamo broj silnica. Ni kružnice ni silnica koja preseca samu sobe nema ni na jednom crtežu. Postavlja se pitanje: ako se ne mogu dobiti računom, kako su one nastale?

Od Foelsinga [5, str.369.] saznajemo da je izračunavanje i crtanje ovih krivih bio mukotrpni posao. Saznajemo da je i Hercova supruga učestvovala u radu, i da, bez obzira na to, ponekad „rad ne odmiče uopšte.“ Slika 30. u sabranim delima bila je, verovatno, poslednja u nizu. U toj slici, poslednja urađena kriva ima jedno skoro kružno proširenje, da bi svako mogao da pomisli da na tom mestu mora da postoji maksimum površi $Q(r, z)$. Kružnicu je Herc video kao izohipsu ispod tog

maksimuma. Kako funkcija Q ima singularitet u koordinatnom početku, između početka i zamišljenog maksima mora da postoji sedlasta tačka, a isprekidana linija je zapravo izohipsa kroz sedlastu tačku.



Slika 4.

Sa A je obeleženo mesto zamišljenog maksima, sa B mesto zamišljene sedlaste tačke.

U stvarnosti, međutim, greben je opisan monotono opadajućom krivom $Q(r, \theta = \pi/2)$, što se zaključuje i sa slike 3.

Kada bi u polju postojala tačka u kojoj silnica preseca samu sebe, u toj tački bi postojala dva električna polja u istom trenutku vremena. Moglo bi da se pomisli da se ovaj paradoks može izbeći tako što će se uzeti da su oba polja nultog intenziteta. Međutim, polje je konačno na mestu na kome je Herc video sedlastu tačku. Drugo, u polju odista postoje tačke u kojima je električno polje provereno jednako nuli, ali u tim tačkama nema ničeg izuzetnog, sem što je krivina silnice u tim mestima jednaka nuli. Primer vidimo na slici 2d, za $r/\lambda \approx 0.7$.

Za razliku od silnica, ekvipotencijale elektrostatičkog polja mogu da se sekut. Od tehničkog značaja, poznat je slučaj unipotencijalnog elektrostatičkog sočiva, koje se koristi u elektronskoj i jonskoj optici. Električno polje u mestu preseka ekvipotencijala jednako je nuli.

O tome da li silnice u elektrostatičkom polju mogu da presecaju same sebe na mestu na kome polje nije jednako nuli može da se pročita u udžbeniku I.E. Tamma [10].

4. ZAVRŠNE PRIMEDBE

Hajnrich Herc je objavio 1889. godine četiri slike vremenskog razvoja bliskog polja kratkog dipola. Na jednoj od ovih slika ucrtana je i silnica koja preseca samu sebe, u tački u kojoj električno polje nije jednako nuli. Ovakva tačka ne može da postoji iz teorijskih razloga, jer elektromagnetika definiše električno polje u jednoj tački prostora u jednom trenutku vremena kao jedinstvenu veličinu.

Kako je moguće da je ovaj previd ostao neprimećen do dana današnjeg? Zašto niko od giganata Hercove epohe nije reagovao? Trebalo je očekivati reakciju Anri Poenckarea, njegovog arhikritičara, koji je zapazio da u formulama za kapacitivnost između lopti nedostaje faktor

2, i to objavio u *Comptes Rendues* u Parizu. On je držao predavanja o „Ondes Hertzianes“, i objavio ova predavanja, pokazavši tako dug i živ interes za ovaj predmet. Kelvin je pisao predgovor za englesko izdanje [2], knjiga je prevedena na njegovu inicijativu i nema sumnje da je knjigu čitao.

Godine 1997. Foelsing [5], u knjizi od 600 strana, reprodukuje čuvene slike, spominje autore koji su se trudili da na monitoru računara proizvedu animirane filmove prostiranja radio-talasa, ali ne spominje da je iko na slikama primetio išta iregularno.

Izgleda da je ovaj detalj ostao neprimećen kao skriveni predmet u skrivalici. Ni ovaj autor nije tu sitnicu zapazio od početka, već tek pošto se stiglo do toga da se računarski obradi i taj deo.

ZAHVALNICA

Profesor Vukota Babović sa Univerziteta u Kragujevcu sugerisao je referencu [10]. On je proverio račun i dobio slike drugim programskim paketom.

LITERATURA

- [1] H. Hertz, *Gesammelte Werke von Heinrich Hertz*, Zweite Auflage, Leipzig, Johann Ambrosius Bart, 1894.
- [2] H. Hertz, *Electric Waves, being Researches on the Propagation of Electric Action with Finite Velocity through Space*, London and New York, MacMillan and Co., 1893 (with a Preface by Lord Kelvin).
- [3] H. Hertz, „Ueber sehr schnelle electrische Schwingungen“, *Ann. Phys.*, Bd. 31, S. 421-448, 1887. Isto u sabranim delima: na nemačkom, vidi gore pod [1], str. 32-56; na engleskom: [2], str. 31-53.
- [4] H. Hertz, *Die Kraefte electrischer Schwingungen*, behandelt nach der Maxwell'schen Theorie, *Ann. Phys.*, Bd. 36, S. 1-22, 1889; *Gesammelte Werke II*, Nr. 9, S. 147-170, *Electric Waves*, IX, pp. 137-159.
- [5] A. Foelsing, *Heinrich Hertz, Eine Biographie*, Hoffmann und Campe Verlag, Hamburg, 1997
- [6] C. Susskind, Heinrich Hertz, a Short Life, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 36, 5, 802-805, 1988. Još tri značajna rada posle ovog na istom mestu.
- [7] A. Marinčić, „Prostiranje slobodnih i vođenih talasa u delima Hajnriha Hercu i Nikole Tesle“, *Stoleće elektromagnetskih talasa*, Zbornik radova i priloga, Kragujevac, 17. i 18. okt. 1988, str. 13-24.
- [8] B.A. Aničin, „Otkriće radio-talasa“, *Radio-amater*, tom 56, str. 10-13, maj-jun 2003; nastavak u broju za jul-avgust 2003, str. 10-13.
- [9] J. Surutka, *Elektromagnetika*, Građevinska knjiga, Beograd, 1978, str. 555 i 556.
- [10] I.E. Tamm, *Osnovy teorii elektrichestva*, OGIZ-OSTEHIZDAT, Moskva, 1949, str. 52 (na Ruskom).

ABSTRACT

Heinrich Hertz published in 1889 four plots showing the temporal development of the near field of a short dipole. In one of these plots two features exist which were not to be recovered by computation: a small circle and a self-intersecting line of force. The latter is not even theoretically possible. It is believed that Hertz introduced both features by hand, without computation, relying on his hunch on the spatial shape of his function $Q(r, z)$.

This function is completely forgotten today. As modern courses in electromagnetic theory introduce both scalar and vector potentials, Q is easy to define, and would prove effective in all rotationally-symmetric problems, not only the dipole field.

SLIP IN HERTZ'S PLOTS OF THE NEAR FIELD OF THE SHORT DIPOLE

BOŽIDAR A. ANIČIN