

# Implementacija geometrijskih aktivnih kontura u programu Matlab<sup>®</sup>

Dubravka Jevtić,

Mentor: Branimir Reljin

**Sadržaj** — U ovom radu je opisan program realizovan u Matlab-u za izdvajanje objekata iz slike. Korišćen je metod geometrijskih aktivnih kontura. Izbor početne konture je realizovan na dva načina, ručno i automatski. Program je testiran na slikama različitih formata i veličina. Dobijeni su zadovoljavajući rezultati uz relativno malu osetljivost na oštrinu ivica i šum, tako da je moguće detektovati ivice i na slikama sa ultrazvuka i mikroskopa.

**Ključne reči** — Detekcija ivica, Geometrijske aktivne konture, Obrada slike, Segmentacija.

## I. UVOD

AKTIVNE konture [1] predstavljaju krive definisane u domenu slike koje se mogu kretati pod uticajem internih sila, koje potiču od same konture, i eksternih sila, dobijenih iz slike. Ove sile su definisane tako da dovedu krivu do ivica objekata na slici. Metod aktivnih kontura je danas široko korišćen kako za segmentaciju i detekciju ivica tako i za praćenje pokreta i modeliranje oblika.

Postojeći metodi aktivnih kontura se mogu grubo podeliti na parametarske [1], [2] i geometrijske [3]-[7] metode. Parametarske aktivne konture su stariji oblik aktivnih kontura, definisan eksplicitno pomoću parametrizovanih krivih. Jedna od varijacija geometrijskih aktivnih kontura je level-set metod, uveden od strane Osher-a i Sethian-a [8]. Osnovna ideja je da se konture predstavljaju kao nulti nivoi višedimenzionih implicitnih funkcija, koje se često nazivaju i level-set funkcije, i da se te funkcije razvijaju prema parcijalnim diferencijalnim jednačinama. Ova vrsta aktivnih kontura ima nekoliko prednosti. Konture predstavljene level-set funkcijama se mogu sastavljati i rastavljati na više delova tokom njihovog razvoja, ali uvek ostaju vezane za fiksne koordinate što olakšava njihovo numeričko predstavljanje. U ovakav model je moguće i inkorporirati dodatne informacije, kao što su očekivani oblici ili informacije o regionima, čime se dobijaju bolji rezultati. Nedostatak prvobitnih level-set modela je potreba za periodičnom reinicijalizacijom da bi se održala stabilnost razvoja krive i dobili očekivani rezultati. Veliki problem je predstavljalo pitanje kako i u kom momentu izvršiti reinicijalizaciju.

Uvođenje metoda bez reinicijalizacije je dovelo i do mogućnosti korišćenja većeg vremenskog koraka za rešavanje parcijalnih diferencijalnih jednačina čime je značajno ubrzan razvoj kontura. Međutim, treba voditi računa da usvajanje suviše velikog vremenskog koraka može dovesti do grešaka pri detekciji ivica.

Još jedan od problema koji se javljao kod starijih oblika metoda geometrijskih aktivnih kontura je odstupanje konture od stvarnih ivica ukoliko postoji značajniji šum ili nagli prekidi ivica. Iz tih razloga ovi prvobitni metodi nisu bili primenjivi za medicinske slike. Algoritam korišćen u ovom radu je testiran na slikama sa ultrazvuka i mikroskopa i dao je zadovoljavajuće rezultate.

U ovom radu korišćena je varijacija metoda geometrijskih aktivnih kontura predložena od strane Li-a i saradnika [5]. U delu II je dat opis metoda kao i iterativni postupak korišćen u programu. U delu III je opisan sam program realizovan u Matlab-u. Četvrto poglavlje sadrži prikaz dobijenih rezultata, a peto poglavlje predstavlja zaključak.

## II. METOD AKTIVNIH KONTURA

Aktivne konture obeležene sa  $C$ , su predstavljene nultim nivoima level-set funkcije  $\phi(t, x, y)$ .

$$C(t) = \{(x, y) | \phi(t, x, y) = 0\} \quad (1)$$

Jednačina evolucije level-set funkcije  $\phi$  se može napisati u sledećoj formi (2) koja se naziva još i level-set jednačina [8]. Funkcija  $F$  se naziva funkcija brzine i zavisi kako od funkcije  $\phi$  tako i od same slike.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + F |\nabla \phi| = 0 \quad (2)$$

Stariji oblici level-set metoda [3], [4] doveli su do značajnog odstupanja od očekivanog oblika konture pri razvoju ukoliko bi se javili suviše oštri prelazi segmenata. Rešenje ovog problema je uvedeno u obliku inicijalizacije level-set funkcije uz obaveznu povremenu reinicijalizaciju tokom procesa. Korišćena jednačina za reinicijalizaciju je najčešće sledećeg oblika:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \text{sign}(\phi_0)(1 - |\nabla \phi|) \quad (3)$$

U jednačini (3)  $\phi_0$  predstavlja funkciju koju treba reinicijalizovati. U praksi level-set funkcija može postati značajno različita od željenog oblika kroz samo nekoliko iteracija. Ukoliko se pojavi velika razlika između level-set funkcije i funkcije rastojanja reinicijalizacija najčešće i

Dubravka R. Jevtić, Elektrotehnički fakultet u Beogradu, Srbija (telefon: 381-64-1355797; e-mail: [dubravka@net.yu](mailto:dubravka@net.yu)).

Mentor: Branimir Reljin, Elektrotehnički fakultet u Beogradu, Srbija

nije moguća. Takođe, reinicijalizacija može biti komplikovana uz pojavu neželjenih efekata. Iz tih razloga su uvedene varijacije level-set metoda za koje nije potrebna reinicijalizacija [5].

Svaka funkcija  $\phi$  koja zadovoljava uslov  $|\nabla\phi|=1$  predstavlja funkciju rastojanja. Sledeći integral (4) predstavlja meru koja karakteriše koliko je funkcija  $\phi$  bliska funkciji rastojanja u posmatranom prostoru  $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ .

$$P(\phi) = \int_{\Omega} \frac{1}{2} (|\nabla\phi| - 1)^2 dx dy \quad (4)$$

$$\varepsilon(\phi) = \mu P(\phi) + \varepsilon_m(\phi) \quad (5)$$

U relaciji (5) parametar  $\mu > 0$  kontroliše efekte odstupanja  $\phi$  od funkcije rastojanja, a  $\varepsilon_m(\phi)$  predstavlja određenu energiju koja dovodi do evolucije krive nultog nivoa od  $\phi$ . Sledeća evolutivna jednačina predstavlja tok gradijenta i vodi minimizaciji funkcionala  $\varepsilon$ .

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = - \frac{\partial\varepsilon}{\partial\phi} \quad (6)$$

Energija  $\varepsilon_m$  je definisana kao funkcional koji zavisi od podataka iz slike i naziva se eksterna energija. Energija  $P$  se naziva interna energija pošto zavisi samo od funkcije  $\phi$ . U toku razvoja funkcije  $\phi$  prema toku gradijenta (6) koji minimizira funkcional  $\varepsilon$  definisan jednačinom (5), kriva nultih nivoa se pomera pod dejstvom eksterne energije  $\varepsilon_m$ . Istovremeno, usled dejstva interne energije, funkcija  $\phi$  automatski zadržava vrednosti koje su približno jednake funkciji rastojanja. Ovakvim postupkom eliminisana je potreba za reinicijalizacijom.

Kod segmentacije slike aktivne konture predstavljaju dinamičke krive koje se kreću prema ivicama objekta. Ako sa  $I$  obeležimo sliku tada je funkcija indikator ivica  $g$  definisana na sledeći način [4], [6]:

$$g = \frac{1}{1 + |\nabla G_{\sigma} * I|^2} \quad (7)$$

Pri tome  $G_{\sigma}$  predstavlja Gausov filter sa standardnom devijacijom  $\sigma$ . Indikator ivica  $g$  ima manje vrednosti, bliže nuli, na mestima gde je veći gradijent slike, a veće vrednosti, bliže jedinici, na mestima gde je manji gradijent slike. To znači da će na ivicama koje želimo da izdvojimo funkcija  $g$  imati manje vrednosti. Zbog navedene osobine ova funkcija doprinosi zaustavljanju daljeg razvoja konture kada dođe u blizinu ivice na slici. Pošto vrednosti funkcije  $g$  na ivicama nisu jednake nuli, a mogu biti čak i dosta velike, ipak ne dolazi do zaustavljanja konture na samoj ivici. Vrednosti jednake nuli bi se pojavile samo na idealnim ivicama, što nije slučaj na realnim slikama.

Za funkciju  $\phi(x,y)$  definišemo eksternu energiju na sledeći način:

$$\varepsilon_{g,\lambda,v}(\phi) = \lambda L_g(\phi) + \nu A_g(\phi) \quad (8)$$

gde su  $\lambda > 0$  i  $\nu$  konstante, a  $L_g(\phi)$  i  $A_g(\phi)$  su definisani na sledeći način:

$$L_g(\phi) = \int_{\Omega} g \delta(\phi) |\nabla\phi| dx dy \quad (9)$$

$$A_g(\phi) = \int_{\Omega} g H(-\phi) dx dy \quad (10)$$

gde je  $\delta$  Dirakova funkcija, a  $H$  Hevisajdova funkcija.

Sada možemo definisati i funkcional ukupne energije na sledeći način:

$$\varepsilon(\phi) = \mu P(\phi) + \varepsilon_{g,\lambda,v}(\phi) \quad (11)$$

Eksterna energija  $\varepsilon_{g,\lambda,v}$  pomera nulti nivo prema ivicama objekta, dok interna energija  $\mu P$  smanjuje odstojanje  $\phi$  od funkcije rastojanja.  $L_g(\phi)$  definisan jednačinom (9) uslovno rečeno predstavlja dužinu krive nultog nivoa funkcije  $\phi$ . Energija  $A_g(\phi)$  definisana jednačinom (10) je uvedena da bi se ubrzao razvoj krive. Kada je funkcija  $g$  konstantna i jednaka jedinici ova energija predstavlja površinu oblasti  $\Omega_{\phi}^- = \{(x,y) | \phi(x,y) < 0\}$ , tako da se često naziva površinom.

Koeficijent  $\nu$  može biti i pozitivan i negativan u zavisnosti od položaja početne konture u odnosu na objekat od interesa. Ukoliko je inicijalna kontura postavljena oko objekta, koeficijent  $\nu$  treba da bude pozitivan kako bi se ubrzalo sužavanje konture, a ukoliko je početna kontura postavljena unutar objekta ovaj koeficijent treba da bude negativan kako bi se kontura brže širila.

Izvod funkcije  $\varepsilon$  se može napisati u sledećem obliku:

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial\phi} = -\mu \left[ \Delta\phi - \operatorname{div} \left( \frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|} \right) \right] - \lambda \delta(\phi) \operatorname{div} \left( g \frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|} \right) - \nu g \delta(\phi) \quad (12)$$

gde  $\Delta$  predstavlja Laplasijan. Funkcija  $\phi$  koja minimizira ovaj funkcional zadovoljava jednačinu  $\frac{\partial\varepsilon}{\partial\phi} = 0$ . Najbrži

proces minimizacije funkcionala  $\varepsilon$  je sledeći tok gradijenta koji predstavlja evolutivnu jednačinu level-set funkcije:

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = \mu \left[ \Delta\phi - \operatorname{div} \left( \frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|} \right) \right] + \lambda \delta(\phi) \operatorname{div} \left( g \frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|} \right) + \nu g \delta(\phi) \quad (13)$$

Drugi i treći član sa desne strane jednačine (13) odgovaraju tokovima gradijenta energija  $\lambda L_g(\phi)$  i  $\nu A_g(\phi)$ , respektivno, i odgovorni su za pomeranje krive nultog nivoa prema granicama objekta. Član jednačine (13) koji odgovara energiji  $L_g(\phi)$  pomera konturu prema granicama objekata utičući na dužinu krive, a deo koji odgovara energiji  $A_g(\phi)$  utiče na površinu koju obuhvata kontura. Funkcija indikator ivica  $g$  zaustavlja dalji razvoj kada kontura zauzme položaj koji se nalazi u blizini ivica objekta.

Prvi član sa desne strane jednačine (13) odgovara internoj energiji  $\mu P(\phi)$ . Njegova uloga je da zadrži krivu u opsegu vrednosti koji odgovara funkciji rastojanja kako bi se izbegla potreba za reinicijalizacijom. Treba primetiti i da važi:

$$\Delta\phi - \operatorname{div} \left( \frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|} \right) = \operatorname{div} \left[ \left( 1 - \frac{1}{|\nabla\phi|} \right) \nabla\phi \right] \quad (14)$$

gde faktor  $(1 - \frac{1}{|\nabla\phi|})$  predstavlja stepen difuzije. Ako je  $|\nabla\phi| > 1$  stepen difuzije je pozitivan i prvi član sa desne strane u jednačini (13) izravnava funkciju  $\phi$  i smanjuje gradijent, a ako je  $|\nabla\phi| < 1$  ovaj član povećava gradijent.

U praksi koristimo Dirakovu funkciju definisanu na sledeći način:

$$\delta_\varepsilon = \begin{cases} \frac{1}{2\varepsilon} \left[ 1 + \cos\left(\frac{\pi x}{\varepsilon}\right) \right], & |x| \leq \varepsilon \\ 0, & |x| > \varepsilon \end{cases} \quad (15)$$

Parcijalni izvodi  $\frac{\partial\phi}{\partial x}, \frac{\partial\phi}{\partial y}, \frac{\partial\phi}{\partial t}$  se mogu aproksimirati na sledeći način:

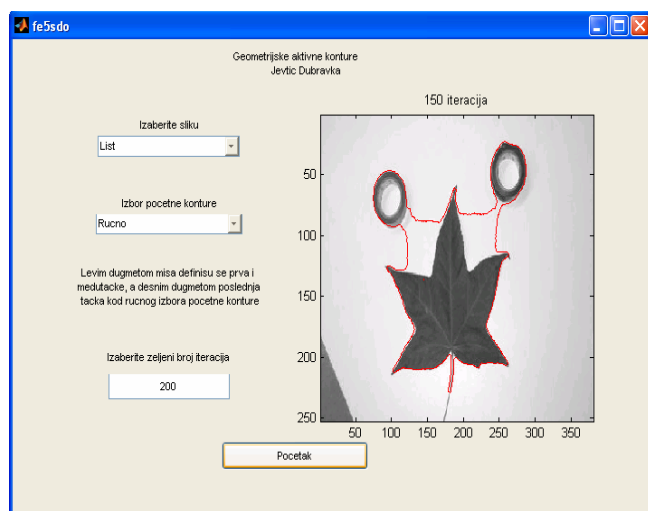
$$\frac{\phi_{i,j}^{k+1} - \phi_{i,j}^k}{\tau} = L(\phi_{i,j}^k) \quad (16)$$

$L(\phi_{i,j})$  predstavlja aproksimaciju desne strane jednačine toka gradijenta (13), a  $\tau$  predstavlja vremenski korak. Da bi iteracije bile stabilne mora da važi  $\tau\mu < 0.25$  [5]. Korišćenje većeg vremenskog koraka ubrzava proces razvoja, ali smanjuje preciznost pri nalaženju ivica, pa je moguće odabrati vrednost prema potrebama. Jednačinu (16) možemo prikazati i u sledećem iterativnom obliku koji je korišćen i u samom programu:

$$\phi_{i,j}^{k+1} = \phi_{i,j}^k + \tau L(\phi_{i,j}^k) \quad (17)$$

### III. SIMULACIJA POSTUPKA

Aplikacija prezentovana u ovom radu je napisana u programu Matlab® 7.1. Interfejs programa je prikazan na sledećoj slici.



Sl. 1. Interfejs programa

Prvi korak je odabir slike koja se odmah prikazuje kao slika u skali sivog u prozoru na desnoj strani. Nakon toga potrebno je odabrati jedan od dva načina za definisanje početne konture. Bez obzira na odabrani način početna kontura je definisana kao u sledećoj formuli (18).

Neka je  $\Omega_0$  podskup slike  $\Omega$ , a  $\partial\Omega_0$  sve tačke na ivici  $\Omega_0$  koje mogu biti identifikovane nekim jednostavnim

metodom. Početna kontura je definisana na sledeći način:

$$\phi_0 = \begin{cases} -\rho, & (x, y) \in \Omega_0 - \partial\Omega_0 \\ 0, & (x, y) \in \partial\Omega_0 \\ \rho, & (x, y) \in \Omega - \Omega_0 \end{cases} \quad (18)$$

gde je  $\rho$  pozitivna konstanta.

Ukoliko je izabran prvi način, automatsko zadavanje početne konture, za početnu konturu se usvaja pravougaona kontura pomena od ivica slike određeni broj piksela koji se može podesiti prema slici.

Ukoliko je izabran drugi način, ručno zadavanje početne konture, korisnik sam odabira konturu pomoću miša odabiranjem tačaka na ivici željene konture  $\partial\Omega_0$  na prikazanoj slici. Levim dugmetom miša se zadaju tačke na željenoj konturi, dok se desnim dugmetom miša zadaje poslednja tačka. Time se dobija zatvorena kontura koja se odmah iscrtava na slici.

Postupak zadavanja konture je moguće ponavljati dok se ne dobije željeni oblik.

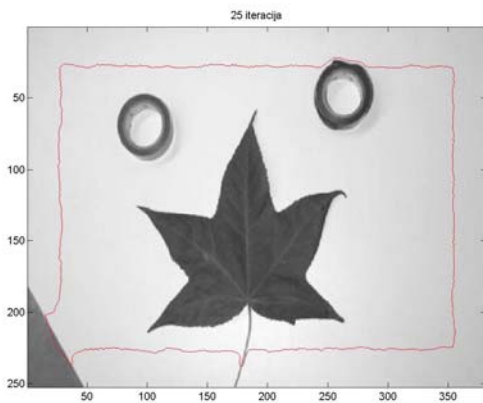
Nakon odabira početne konture moguće je izabrati željeni broj iteracija. Ukoliko ovo nije učinjeno program usvaja vrednosti koje su zadate u samom kodu programa. Pritiskanjem tastera za početak nastavlja se izvršavanje. Program prolazi kroz iteracije (17) zadati ili usvojeni broj puta i pri tome prikazuje rezultat na slici nakon svake dvadesetpete iteracije.

U daljem tekstu je dat samo kratak opis algoritma implementiranog u ovom programu. U prvom koraku nakon učitavanja slike vrši se njeno filtriranje pomoću Gausovog filtra. Nakon toga izračunava se funkcija indikator ivica  $g$  definisana u (7). Definiše se početna kontura (18) koja predstavlja početni član  $\phi^0$  za iteracije (17) i prikazuje se na slici. Nakon toga prolazi se kroz iterativni postupak (17) željeni broj puta pri čemu se u svakom koraku  $k$  vrši izračunavanje vrednosti  $L_g(\phi^k)$ ,  $A_g(\phi^k)$  i  $P(\phi^k)$ , kao i Dirakove funkcije definisane u (15), iz kojih se određuje  $L(\phi^k)$ . Da bi se omogućilo praćenje razvoja početne konture prema krajnjem rezultatu vrši se periodični prikaz trenutne konture.

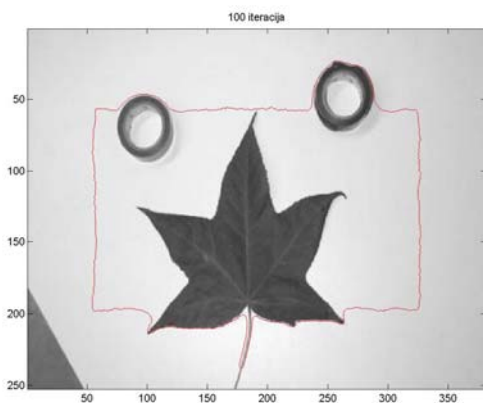
### IV. REZULTATI

Za testiranje programa korišćene su slike različitih formata i dimenzija, kao i različitog nivoa detalja i oštine ivica. Parametri i broj iteracija je prilagođen slikama. Za prikazani primer je korišćena vrednost vremenskog koraka za iteracije (17) jednaka  $\tau=10$ . Gausov filter (7) je veličine  $10 \times 10$  piksela i standardne devijacije  $\sigma=1.5$ . Parametar za definisanje Dirakove funkcije  $\delta_\varepsilon$  (15) je  $\varepsilon=1.5$ . Sledeće vrednosti parametara su korišćene u ovom primeru:  $\lambda=5$ ,  $\nu=1.5$ ,  $\mu=0.02$ ,  $\rho=2$ .

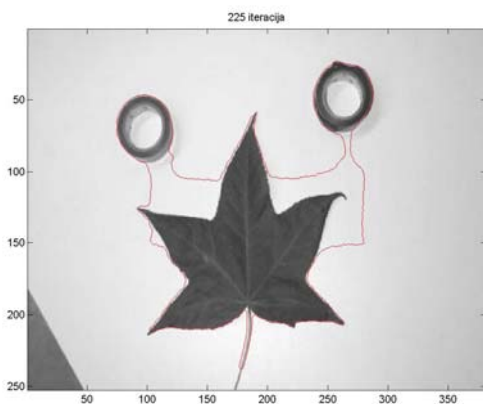
Za sliku List veličine  $381 \times 252$  piksela korišćeno je 300 iteracija i dobijeni rezultati su prikazani na sl.2. U ovom primeru početna kontura je definisana automatski kao pravougaonik sa izostavljanjem po 20 piksela od ivice. Na slikama se može videti razdvajanje konture na više delova. U ovom slučaju se dobijaju tri konture oko tri različita objekta na slici.



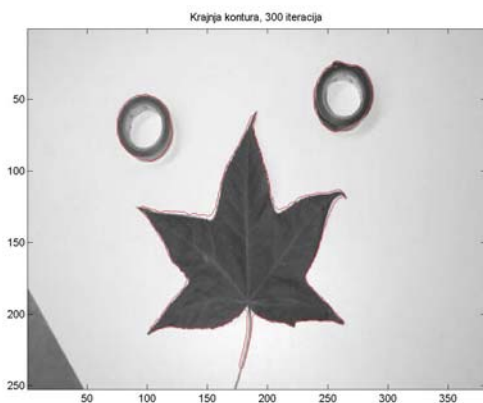
(a) 25 iteracija



(b) 100 iteracija



(c) 225 iteracija



(d) 300 iteracija

Sl. 2. Rezultati za sliku list.jpg (381x252)

Program je takođe testiran na medicinskim slikama, ali ti primeri nisu prikazani u ovom radu zbog slabe vidljivosti dobijenih rezultata prilikom štampanja.

Korišćeni algoritam je dao dobre rezultate za većinu slika na kojima je testiran. Jedan od najvećih problema je relativno spor rad za slike većih dimenzija. Drugi problem je potreba za stalnim podešavanjem parametara i osetljivost rezultata na njihove promena. Međutim, može se postići relativno mala osetljivost na šum i zamućenost ivica.

## V. ZAKLJUČAK

U ovom radu prikazana je samo jedna od mnogih varijacija metoda aktivnih kontura. Za sve testirane slike su dobijeni prihvatljivi rezultati. Dalji razvoj bi zahtevao poboljšanje algoritama u cilju dobijanja boljih karakteristika i veće brzine rada. Takođe, trebalo bi predvideti mogućnost automatskog zadavanja početnih kontura koje bi omogućile istovremeno izdvajanje šupljina u objektu kao i samog objekta. Eksterno podešavanje određenog broja parametara, u okviru interfejsa, bi doprinelo lakšoj upotrebi programa. Ovakva poboljšanja doprinela bi većoj funkcionalnosti i upotrebljivosti programa.

## LITERATURA

- [1] M. Kass, A. Witkin, D. Terzopoulos, "Snakes: active contour models", *Int. J. Comp. Vis.*, vol. 1, pp. 321-331, 1987.
- [2] C. Xu, J. L. Prince, "Snakes, shapes and gradient vector flow", *IEEE Trans. Imag. Proc.*, vol. 7, pp. 359-369, 1998.
- [3] V. Caselles, R. Kimmel, G. Sapiro, "Geodesic active contours", *Int. J. Comp. Vis.*, vol. 22, pp. 61-79, 1997.
- [4] R. Malladi, J. A. Sethian, B.C. Vemuri, "Shape modeling with front propagation: a level set approach", *IEEE Trans. Imag. Proc.*, vol. 17, pp. 158-175, 1995.
- [5] C. Li, C. Xu, C. Gui, M. D. Fox, "Level set evolution without re-initialization: a new variational formulation", *IEEE Proc. Conf. on Comp. Vis. Patt. Recog.*, 2005.
- [6] S. Kichenassamy, A. Kummur, P. Olver, A. Tannenbaum, A. Yezzi, "Gradient flows and geometric active contour models", *IEEE Proc. Int. Conf. Comp. Vis.*, 1995.
- [7] X. Han, C. Xu, J. L. Prince, "A topology preserving level set method for geometric deformable models", *IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intell.*, vol. 25, pp. 755-768, 2003.
- [8] S. Osher, J. A. Sethian, "Fronts propagating with curvature dependent speed: algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations", *J. Comp. Phys.*, vol. 79, pp. 12-49, 1988.

## ABSTRACT

Application in Matlab for image segmentation is presented. Variation of geometric active contour method is used. Initial contour can be chosen in two ways, manually and automatically. The program is tested using images of different formats and sizes. The results were satisfying, with relatively low sensitivity concerning sharpness of edges and noise. It is possible to detect edges in ultrasound and microscope images.

## IMPLEMENTATION OF GEOMETRIC ACTIVE CONTOURS IN MATLAB®

Dubravka R. Jevtić