

Momenti signala na izlazu iz EGC kombinera u prisustvu Nakagami-m fedinga

Siniša R. Stoilković, Mihajlo Č. Stefanović, Srđan Milosavljević

Sadržaj- U ovom radu razmatra se diverziti sistem sa tri grane u kome kombiner sabira signale sa svih grana. Na granama je prisutan Nakagami-m feding koji je korelisan. Za signal na izlazu iz kombinera izračunati su momenti u zavisnosti od oštine fedinga, m i koeficijenta korelacije, ρ . U radu su takođe izračunati i združeni momenti za slučajne signale na ulazima kombinera.

Ključne reči- Bežični sistemi, EGC diverziti sistem, moment signala.

I. UVOD

U ovom radu izračunati su momenti signala na izlazu iz diverziti sistema sa tri diverziti grane u prisustvu korelisanog Nakagami-m fedinga. Kombinovanje signala sa grana kombinera je pre demodulacije. Amplitude signala sa ulaznih grana se sabiraju. U radu se razmatra korelisanost feding zbog toga što antene nisu dovoljno razmaknute da bi feding bio nezavisan. Korelisanost fedinga pogoršava performanse sistema. Zbog ovoga je značajno ispitati uticaj korelacije fedinga na srednje vrednosti signala na izlazu iz kombinera. Diverziti tehnika je moćno sredstvo za smanjenje uticaja fedinga na performanse sistema. Pojava fedinga predstavlja najznačajniju smetnju kod bežičnih, a posebno kod mobilnih telekomunikacionih sistema. Model fedinga sa Nakagami-m gustinom verovatnoće se često primenjuje u bežičnim telekomunikacijama pri prenosu signala kroz urbanu sredinu. Reijev feding je specijalan slučaj Nakagami-m fedinga. Takođe Reijev feding može se aproksimirati Nakagami-m fedingom. Za $m=1/2$ Nakagami-m feding postaje jednostrani Gausov feding. Za $m \rightarrow \infty$ nema fedinga.

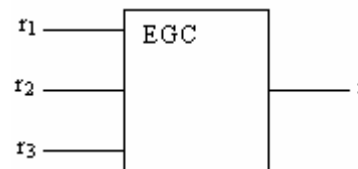
U ovom radu dat je izraz za združenu gustinu verovatnoće tri korelisane Nakagami-m slučajne promenljive sa eksponencijalnom korelacionom matricom. Združena Nakagami-m gustina verovatnoće izvedena je pomoću slučajnih promenljivih sa Gausovom gustinom verovatnoće [1]. U radu [2], [3], razmatran je uticaj nezavisnog Nakagami-m fedinga sa EGC (equal-gain combining) kombinovanjem sa proizvoljnim brojem grana na performansi diverziti sistema. Kada je feding korelisan razmatran je diverziti sistem sa dve grane u prisustvu Reijevog i Nakagami-m fedinga.

U radu [4] i [5] razmatrane su performanse MRC (maximal-ratio combining) diverziti sistemi metodom određivanja karakteristika funkcija ulaznog sistema.

U ovom radu izračunate su srednje vrednosti signala na ulazu i izlazu iz kombinera primenom izraza dobijenih razvijanjem Beselovih funkcija u redove i primenom početnih izraza pomoću numeričke integracije. Dobijeni rezultati su upoređeni i vrednost im je ista. Naš predlog je da se koristi izračunavanje preko suma, jer uvek moguće povećati tačnost, a takođe cilj u naučnoj literaturi je da se integrali predstave preko suma.

II. MODEL SISTEMA

Blok šema kombinera koji se razmatra u ovom radu prikazana je na Sl. 1.



Sl. 1. Kombiner sa tri ulazna signala.

Signali na ulazu u kombiner su r_1 , r_2 i r_3 a signal na izlazu iz kombinera je r . Signal r jednak je zbiru signala na ulazu.

$$r = r_1 + r_2 + r_3. \quad (1)$$

Združena gustina verovatnoće signala r_1 , r_2 i r_3 je:

$$P_{r_1 r_2 r_3}(r_1, r_2, r_3) = \frac{r_1^m r_2^m r_3^m}{2^{m-1} \Gamma(m) \rho^{2(m-1)} (1-\rho^2)^2} e^{-\frac{r_1^2 + (\rho^2+1)r_2^2 + r_3^2}{2(1-\rho^2)}}. \quad (2)$$

$$\cdot I_{m-1}\left(\frac{\rho}{1-\rho^2} r_1 r_2\right) I_{m-1}\left(\frac{\rho}{1-\rho^2} r_1 r_3\right).$$

gde su r_1 , r_2 i r_3 slučajne promenljive, m oština fedinga, a ρ je koeficijent korelacije.

III. MOMENTI ULAZNIH SIGNALA

Združeni moment za slučajne promenljive r_1 , r_2 i r_3 je:

$$\overline{r_1^n r_2^p r_3^q} = \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty r_1^n r_2^p r_3^q P_{r_1 r_2 r_3}(r_1, r_2, r_3) dr_1 dr_2 dr_3. \quad (3)$$

Ako primenimo formulu za razvoj Beselove funkcije u red $I_n(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^{2i+n}}{2^{2i+n} i! \Gamma(i+n+1)}$ dobija se:

$$I_{m-1}\left(\frac{\rho}{1-\rho^2} r_1 r_2\right) = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{\rho}{1-\rho^2}\right)^{2k+m-1} r_1^{2k+m-1} r_2^{2k+m-1} \frac{1}{2^{2k+m-1} k! \Gamma(k+m)}$$

$$I_{m-1}\left(\frac{\rho}{1-\rho^2} r_2 r_3\right) = \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{\rho}{1-\rho^2}\right)^{2l+m-1} r_2^{2l+m-1} r_3^{2l+m-1} \frac{1}{2^{2l+m-1} l! \Gamma(l+m)}. \quad (4)$$

Zamenom ovih formula u (3), dobija se:

S. R. Stoilković, Elektronski fakultet u Nišu, Srbija (telefon:064 2936681, e-mail:sinisa83@yahoo.com)

M. Č. Stefanović, Elektronski fakultet u Nišu, Srbija (telefon: 381-18-529424, fax:381-18-588399, e-mail:misa@elfak.ni.ac.yu)

S. Milosavljević, Elektronski fakultet u Nišu, Srbija

$$\overline{r_1^n r_2^p r_3^q} = B \int_0^\infty dr_1 \int_0^\infty dr_2 \int_0^\infty dr_3 r_1^{n+m} r_2^{p+1} r_3^{q+m} e^{-\frac{r_1^2 + (\rho^2+1)r_2^2 + r_3^2}{2(1-\rho^2)}} \quad (5)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{\rho}{1-\rho^2} \right)^{2k+m-1} r_1^{2k+m-1} r_2^{2k+m-1} \frac{1}{2^{2k+m-1} k! \Gamma(k+m)}$$

$$\sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{\rho}{1-\rho^2} \right)^{2l+m-1} r_2^{2l+m-1} r_3^{2l+m-1} \frac{1}{2^{2l+m-1} l! \Gamma(l+m)} dr_3.$$

gde je $B = \frac{1}{2^{m-1} \Gamma(m) \rho^{2(m-1)} (1-\rho^2)^2}$.

Izračunavanjem izraza (5) dobija se:

$$\overline{r_1^n r_2^p r_3^q} = B \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{\rho}{1-\rho^2} \right)^{2k+2l+2m-2} \frac{1}{2^{2k+2l+2m-2} k! l! \Gamma(k+m) \Gamma(l+m)} \quad (6)$$

$$\int_0^\infty dr_1 \int_0^\infty dr_2 \int_0^\infty dr_3 r_1^{2m+2k+n-1} r_2^{2m+2k+2l+p-1} r_3^{2m+2l+q-1} \cdot e^{-\frac{r_1^2}{2(1-\rho^2)} - \frac{r_2^2(1+\rho^2)}{2(1-\rho^2)} - \frac{r_3^2}{2(1-\rho^2)}} dr_3 =$$

$$= B \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{\rho}{1-\rho^2} \right)^{2k+2l+2m-2} \frac{1}{2^{2k+2l+2m-2} k! l! \Gamma(k+m) \Gamma(l+m)} \int_0^\infty r_1^{2m+2k+n-1} e^{-\frac{r_1^2}{2(1-\rho^2)}} dr_1 \cdot$$

$$\int_0^\infty r_2^{2m+2k+2l+p-1} e^{-\frac{r_2^2(1+\rho^2)}{2(1-\rho^2)}} dr_2 \int_0^\infty r_3^{2m+2l+q-1} e^{-\frac{r_3^2}{2(1-\rho^2)}} dr_3.$$

Primenom Gamma funkcije $\Gamma(n) = \int_0^\infty x^{n-1} e^{-x} dx$ dobija se:

$$\int_0^\infty r_1^{2m+2k+n-1} e^{-\frac{r_1^2}{2(1-\rho^2)}} dr_1 = 2^{m+k+\frac{n}{2}-1} (1-\rho^2)^{m+k+\frac{n}{2}} \Gamma\left(m+k+\frac{n}{2}\right) \quad (7)$$

$$\int_0^\infty r_2^{2m+2k+2l+p-1} e^{-\frac{r_2^2(1+\rho^2)}{2(1-\rho^2)}} dr_2 = 2^{m+k+l+\frac{p}{2}-1} \cdot (1-\rho^2)^{m+k+l+\frac{p}{2}} (1+\rho^2)^{-m-k-l-\frac{p}{2}} \Gamma\left(m+k+l+\frac{p}{2}\right)$$

$$\int_0^\infty r_3^{2m+2l+q-1} e^{-\frac{r_3^2}{2(1-\rho^2)}} dr_3 = 2^{m+l+\frac{q}{2}-1} (1-\rho^2)^{m+l+\frac{q}{2}} \Gamma\left(m+l+\frac{q}{2}\right).$$

Zamenom ovih izraza u (6) dobija se združeni moment u obliku:

$$\overline{r_1^n r_2^p r_3^q} = B \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{\rho}{1-\rho^2} \right)^{2k+2l+2m-2} \frac{1}{2^{2k+2l+2m-2} k! l! \Gamma(k+m) \Gamma(l+m)} 2^{m+k+\frac{n}{2}-1} (1-\rho^2)^{m+k+\frac{n}{2}} \cdot \Gamma\left(m+k+\frac{n}{2}\right) 2^{m+k+l+\frac{p}{2}-1} (1-\rho^2)^{m+k+l+\frac{p}{2}} (1+\rho^2)^{-m-k-l-\frac{p}{2}} \cdot \Gamma\left(m+k+l+\frac{p}{2}\right) 2^{m+l+\frac{q}{2}-1} (1-\rho^2)^{m+l+\frac{q}{2}} \Gamma\left(m+l+\frac{q}{2}\right) =$$

$$= B \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{k! l! \Gamma(k+m) \Gamma(l+m)} \rho^{2k+2l+2m-2} \cdot 2^{\frac{2m+n+p+q-2}{2}} (1-\rho^2)^{\frac{2m+n+p+q+4}{2}} (1+\rho^2)^{\frac{2m+2k+2l+p}{2}} \cdot \Gamma\left(\frac{2m+2k+n}{2}\right) \Gamma\left(\frac{2m+2k+2l+p}{2}\right) \Gamma\left(\frac{2m+2l+q}{2}\right).$$

Izraz za izračunavanje združenog momenta za slučajne promenljive r_1, r_2 i r_3 u integralnom obliku je:

$$\overline{r_1^n r_2^p r_3^q} = \int_0^\infty dr_1 \int_0^\infty dr_2 \int_0^\infty dr_3 r_1^n r_2^p r_3^q \frac{r_1^m r_2^m r_3^m}{2^{m-1} \Gamma(m) \rho^{2(m-1)} (1-\rho^2)^2} \cdot e^{-\frac{r_1^2 + (\rho^2+1)r_2^2 + r_3^2}{2(1-\rho^2)}} I_{m-1}\left(\frac{\rho}{1-\rho^2} r_1 r_2\right) I_{m-1}\left(\frac{\rho}{1-\rho^2} r_1 r_3\right) dr_3. \quad (9)$$

gde je m oštrina fedinga, a ρ je koeficijent korelacije.

U tabeli 1 prikazane su opšte srednje vrednosti slučajnih signala sa korelisanom Nakagamijevom-m raspodelom, za neke vrednosti parametara izračunate pomoću izraza (9) tj. numeričkom integracijom. Vrednosti parametara n, p i q su 1, 2 i 3, respektivno. Za koeficijent korelacije ρ uzete su dve vrednosti, i to $\rho=0,3$ i $\rho=0,5$, a za vrednost oštrine fedinga m su uzete tri vrednosti, $m=2, m=3$ i $m=4$.

TABELA 1: SREDNJA VREDNOST IZRAČUNATA POMOĆU IZRAZA (9).

Vrednosti za ρ	0,3	0,3	0,3	0,5	0,5	0,5
Vrednosti za m	2	3	4	2	3	4
$\overline{r_1^n r_2^p r_3^q}$	77.5	246.6	566.77	91.66	276.62	618.33

U tabeli 2 prikazane su opšte srednje vrednosti slučajnih signala sa korelisanom Nakagamijevom-m raspodelom, za neke vrednosti parametara izračunate pomoću izraza (8). Vrednosti parametara su iste kao u tabeli 1. Dobljeni rezultati u tabeli 1 i tabeli 2 su identični.

TABELA 2: SREDNJA VREDNOST IZRAČUNATA POMOĆU IZRAZA (8).

Vrednosti za ρ	0,3	0,3	0,3	0,5	0,5	0,5
Vrednosti za m	2	3	4	2	3	4
$\overline{r_1^n r_2^p r_3^q}$	77.5	246.6	566.77	91.66	276.62	618.33

IV. MOMENTI SIGNALA NA IZLAZU IZ KOMBINERA

Opšta vrednost momenta n -tog reda signala na izlazu iz kombinera se izračunava pomoću izraza:

$$\overline{r^n} = \overline{(r_1 + r_2 + r_3)^n} = \sum_{n_1=0}^n \sum_{n_2=0}^{n-n_1} \sum_{n_3=0}^{n-n_1-n_2} \frac{n!}{n_1! n_2! n_3!} \overline{r_1^{n_1} r_2^{n_2} r_3^{n_3}} \quad (10)$$

gde je n red momenta.

U tabeli 3 prikazane su opšte vrednosti momenta drugog reda, tj. za $n=2$ u zavisnosti od vrednosti koeficijenta korelacije i oštrine fedinga. U tabeli 3 su takođe prikazane opšte vrednosti momenta izračunate primenom izraza (8) i (9).

TABELA 3: MOMENT DRUGOG REDA IZRAČUNAT POMOĆU IZRAZA (8) I (9).

Vrednosti za ρ	0,3	0,3	0,3	0,5	0,5	0,5
Vrednosti za m	2	3	4	2	3	4
$\overline{r^n}$ pomoću izraza(8)	46.65	67.41	87.72	46.99	67.75	88.08
$\overline{r^n}$ pomoću izraza(9)	46.65	67.41	87.72	46.99	67.755	88.08

U tabeli 4 prikazane su opšte vrednosti momenta četvrtog reda, tj. za $n=4$ u zavisnosti od vrednosti koeficijenta korelacije i oštine fedinga. U tabeli 4 su takođe prikazane opšte vrednosti momenta izračunate primenom izraza (8) i (9).

TABELA 4: MOMENT ČETVRTOG REDA IZRAČUNAT POMOĆU IZRAZA (8) I (9).

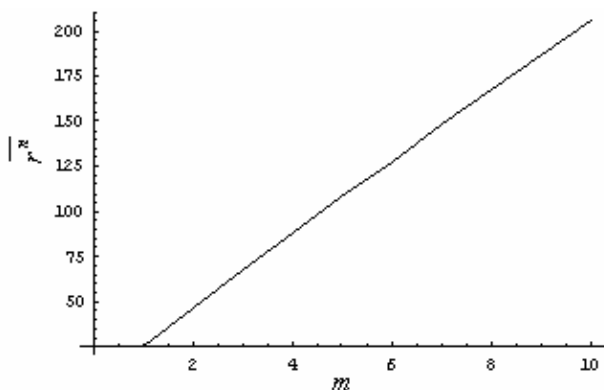
Vrednosti za ρ	0,3	0,3	0,3	0,5	0,5	0,5
Vrednosti za m	2	3	4	2	3	4
$\overline{r^n}$ pomoću izraza(8)	2718	5320	8701	2827	5476.6	8902.9
$\overline{r^n}$ pomoću izraza(9)	2718	5320	8701	2827	5476.6	8902.9

U sledećem izlaganju prikazana je grafička zavisnost momenta $\overline{r^n}$ od parametra m , n i ρ .

Prvo uzimamo da se vrednost parametra m menja, a vrednosti parametra n i ρ su konstantne. Za $n=2$ i $\rho=0,5$ i pri promeni parametra m od 0 do 10 sa korakom 1 dobijaju se vrednosti za $\overline{r^n}$ koje su prikazane u tabeli 5 i na grafiku (Sl. 2).

TABELA 5: ZAVISNOST MOMENTA OD m PRI ČEMU JE $n=2$ I $\rho=0,5$.

m	0	1	2	3	4	
$\overline{r^n}$	-	25.393	46.987	67.755	88.08	
	5	6	7	8	9	10
	108.122	127.963	147.651	167.218	186.683	206.058

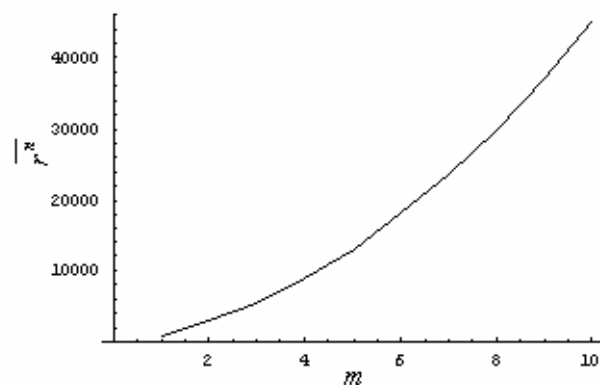


Sl. 2. Zavisnost momenta od m pri čemu $n=2$ i $\rho=0,5$.

Vrednosti momenta $\overline{r^n}$ izračunate za vrednost parametra $n=4$ i $\rho=0,5$ i pri promeni parametra m od 0 do 10 sa korakom 1, prikazane su u tabeli 6 i na grafiku (Sl. 3).

TABELA 6: ZAVISNOST MOMENTA OD m PRI ČEMU JE $n=4$ I $\rho=0,5$.

m	0	1	2	3	4	
$\overline{r^n}$	-	982.38	2827.02	5476.59	8902.87	
	5	6	7	8	9	10
	13089.1	18023.9	23698.5	30105.7	37239.5	45093.4

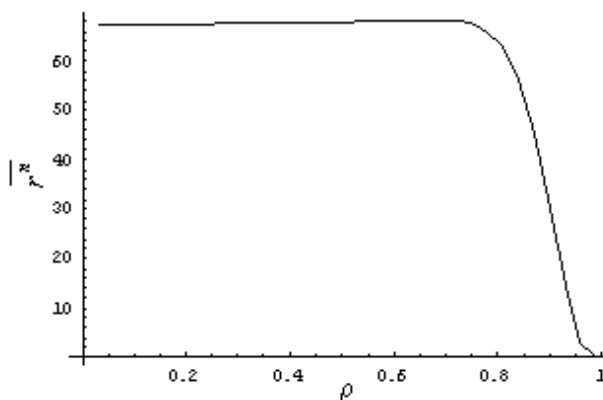


Sl. 3. Zavisnost momenta od m pri čemu je $n=4$ i $\rho=0,5$.

U tabeli 7 i na grafiku (Sl. 4) prikazane su vrednosti momenta $\overline{r^n}$ izračunate za vrednost parametra $m=3$ i $n=2$ i pri promeni parametra ρ od 0 do 1 sa korakom 0,1.

TABELA 7: ZAVISNOST MOMENTA OD ρ PRI ČEMU JE $m=3$ I $n=2$.

ρ	0	0.1	0.2	0.3	0.4	
$\overline{r^n}$	-	67.252	67.31	67.407	67.5534	
	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
	67.755	68.022	68.2	64.11	30.31	-

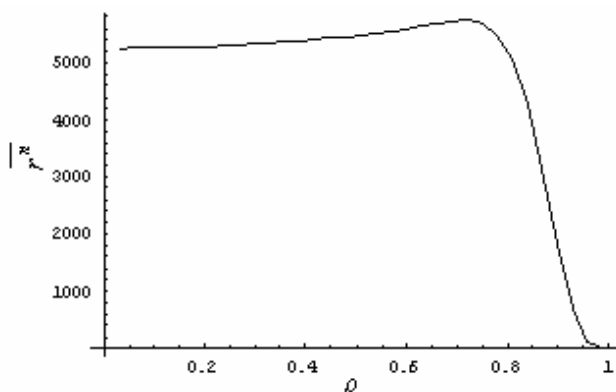


Sl. 4. Zavisnost momenta od ρ pri čemu je $m=3$ i $n=2$

U tabeli 8 i na grafiku (Sl. 5) prikazane su vrednosti momenta $\overline{r^n}$ izračunate za vrednost parametra $m=3$ i $n=4$ i pri promeni parametra ρ od 0 do 1 sa korakom 0,1.

TABELA 8: ZAVISNOST MOMENTA OD ρ PRI ČEMU JE $m=3$ I $n=4$.

ρ	0	0.1	0.2	0.3	0.4	
$\overline{r^n}$	-	5251.63	5276.84	5320.71	5386.02	
	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
	5476.59	5596.72	5719.86	5219.26	1816.97	-



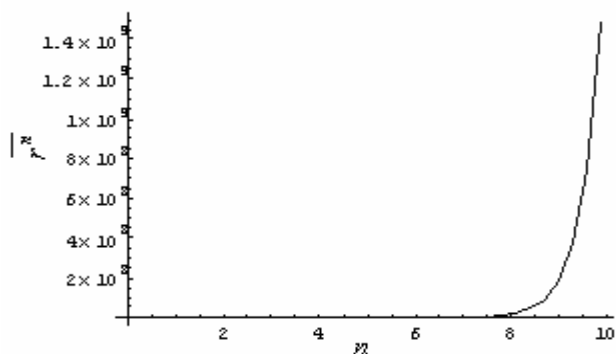
Sl. 5. Zavisnost momenta od ρ pri čemu je $m=3$ i $n=4$

Na kraju ovog izlaganja prikazana je zavisnost momenta $\overline{r^n}$ od parametra n pri čemu su vrednosti parametra ρ i m konstantne. U tabeli 9 i na grafiku (Sl. 6) prikazane su vrednosti momenta $\overline{r^n}$ izračunate za vrednost parametra $\rho=0,3$ i $m=2$ i pri promeni parametra n od 0 do 10 sa korakom 1.

TABELA 9: ZAVISNOST MOMENTA OD n PRI ČEMU JE $\rho=0,3$ I $m=2$.

n	0	1	2	3	4
$\overline{r^n}$	1	6.64	46.652	346.46	2718.22

	5	6	7	8	9	10
	22533	197485	1.83×10^6	1.8×10^7	1.88×10^8	2.08×10^9



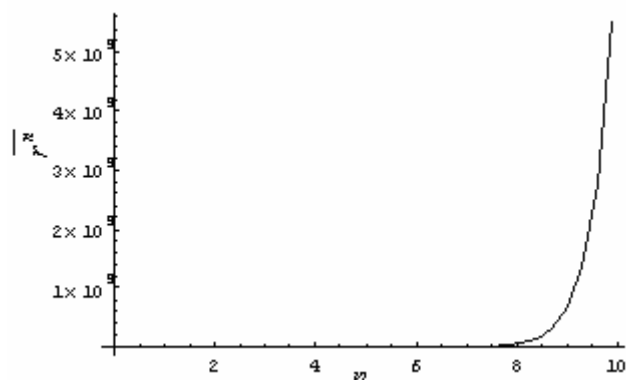
Sl. 6. Zavisnost momenta od n pri čemu je $\rho=0,3$ i $m=2$.

U tabeli 10 i na grafiku (Sl. 7) prikazane su vrednosti momenta $\overline{r^n}$ izračunate za vrednost parametra $\rho=0,5$ i $m=3$ i pri promeni parametra n od 0 do 10 sa korakom 1.

TABELA 10: ZAVISNOST MOMENTA OD n PRI ČEMU JE $\rho=0,5$ I $m=3$.

n	0	1	2	3	4
$\overline{r^n}$	1	8.04	67.75	595.97	5476.59

	5	6	7	8	9	10
	52576	527447	5.5×10^6	6.1×10^7	6.9×10^8	8.4×10^9



Sl. 7. Zavisnost momenta od n pri čemu je $\rho=0,5$ i $m=3$.

V. ZAKLJUČAK

U ovom radu razmatra se diverziteti sistem sa tri grane u prisustvu Nakagami- m fedinga i Gausovog šuma. Ulazni kombiner radi tako što se sabiraju ulazni simboli i na osnovu tog zbira vrši se odlučivanje. Kombinovanje se vrši pre demodulacije. Primenom diverziteti tehnike smanjuje se uticaj fedinga na verovatnoću greške sistema. Važni parametri signala na izlazu su srednja vrednost i varijansa koji se na osnovu rezultata u ovom radu mogu izračunati. Prikazani su načini izračunavanja momenata na dva načina. U prvom načinu koristi se integralni oblik izraza za izračunavanje momenata a prema drugom načinu koristi se izraz dobijen razvojem Beselovih funkcija u redove. Dobijene greške su u dozvoljenim granicama.

LITERATURA

- [1] G. K. Karagiannidis, D. A. Zogas, and S. A. Kotsopoulos, "BER performance of dual predetection EGC in correlative Nakagami- m fading," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 52, no. 1, pp. 50-53, Jan. 2004.
- [2] G. K. Karagiannidis, "Properties of the EGC output SNR over correlated Nakagami- m fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 3, np. 5, pp. 1764-1769, Sep. 2004.
- [3] G. K. Karagiannidis, "On the multivariate Nakagami- m distribution with exponential correlation," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, np. 8, pp. 1240-1244, Aug. 2003.
- [4] G. K. Karagiannidis, "An efficient approach to multivariate Nakagami- m distribution using Green's matrix approximation," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 2, no. 4, pp. 883-889, Sep. 2003.
- [5] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, 5th ed. San Diego, CA: Academic, 1994.

ABSTRACT

In this paper a diversity system with branches is considered. The diversity system has an equal gain combiner. At the input branches a Nakagami- m fading is a present. The fading is correlated. The moments of the output signal is determined. The joint moments of the input signals are calculated.

MOMENTS OF THE OUTPUT SIGNAL OF EGC COMBINER IN THE PRESENCE OF NAKAGAMI-M FADING

Siniša R. Stoilković, Mihajlo Č. Stefanović, Srđan Milosavljević