

# Detekcija BPSK signala u kanalu sa Rajsovim fedingom primenom SC u prisustvu neidealne ekstrakcije referentnog nosioca

Zlatko J. Mitrović, Bojana Z. Nikolić, Alexandros E. Doumanoglou

**Sadržaj** —U ovom radu je izvršena analiza prijema BPSK (Binary Phase Shift Keying) signala koji se prostire kroz kanal sa Rajsovim fedingom. U prijemniku se vrši selektivno kombinovanje (SC- Selective Combining) signala, a zatim demodulacija i detekcija, pri čemu procena faze dolazećeg signala nije idealna. Određene su funkcije gustine verovatnoće anvelope signala posle selektivnog kombinovanja za proizvoljan broj grana. Određen je uticaj neidealne faze dolazećeg signala i broja grana na zavisnost verovatnoće greške od srednje vrednosti odnosa signal-šum u kanalu. Svi rezultati su dobijeni analitičkim pristupom uz primenu numeričke integracije i potvrđeni primenom Monte Carlo simulacija.

**Ključne reči** — Diverziti sistemi, Funkcija gustine verovatnoće, PSK, Rajsov feding, Verovatnoća greške.

## I. UVOD

U bežičnim telekomunikacionim sistemima, usled prostiranja signala po više putanja, na prijemu dolazi do promene trenutne vrednosti signala tj. do fedinga anvelope signala. Ova pojava predstavlja jedan od glavnih uzroka degradacije performansi bežičnih telekomunikacionih sistema [1]-[7].

Jedan od načina da se minimizira efekat fedinga i poveća pouzdanost komunikacije, a da se pri tome ne povećava predajna snaga ili propusni opseg kanala jeste upotreba diverziti tehnika. Osnovni koncept je da se diverziti sistemima prenosi ista informacija u više različitih nekoralisanih kanala. Time je uticaj fedinga i pojedine kanale nezavisan. Na prijemu se, kombinovanjem signala iz različitih grana, uticaj fedinga može u velikoj meri izbeći. Pojedini diverziti metodi i tehnike kombinovanja izloženi su u [1]-[2], [4]-[5].

Selektivno kombinovanje (SC) je tehnika kombinovanja koja bira trenutno najjači signal jedne od  $L$  grana diverziti sistema. Selektovanje grane vrši se na osnovu vrednosti trenutnog odnosa signal-šum [1], [4]-[5].

Za razliku od drugih tehnika kombinovanja, SC tehnika kombinovanja ne zahteva prijemnik koji treba da izvrši

Z. J. Mitrović, Elektrotehnički fakultet u Nišu, Aleksandra Medvedeva 14, 18000 Niš, Srbija; (telefon: +381-63-716-5560; e-mail: zlatkoemail@gmail.com).

B. Z. Nikolić, Elektrotehnički fakultet u Nišu, Aleksandra Medvedeva 14, 18000 Niš, Srbija; (telefon: +381-64-197-8389; e-mail: bojananikol@gmail.com).

Alexandros E. Doumanoglou, Aristotle University of Thessaloniki, Greece; (telefon: +30-699-716-3499; e-mail: aldoum@auth.gr).

poravnjanje faza, jer kod ovakvog prijemnika faza nije od značaja, pošto se vrši selekcija samo jedne grane koja ima najbolje karakteristike u datom trenutku. Iako SC tehnika ima najmanje poboljšanje performansi prijemnika, jednostavnost praktične realizacije ovakvih prijemnika čini SC tehniku još uvek jako zastupljenom. Zbog toga će proračuni performansi sistema i sva izračunavanja u ovom radu biti dati za selektivnu tehniku kombinovanja na prijemu.

Za regenerisanje referentnog nosioca u prijemniku koristi se fazna petlja (Phase-Locked Loop - PLL). Za velike vrednosti odnasa snage signala i šuma u kolu fazne petlje može se smatrati da je fazna greška, koja predstavlja razliku između faze dolazećeg signala i faze regenerisanog nosioca u petlji, slučajni proces koji ima Gausovu raspodelu [7]-[8].

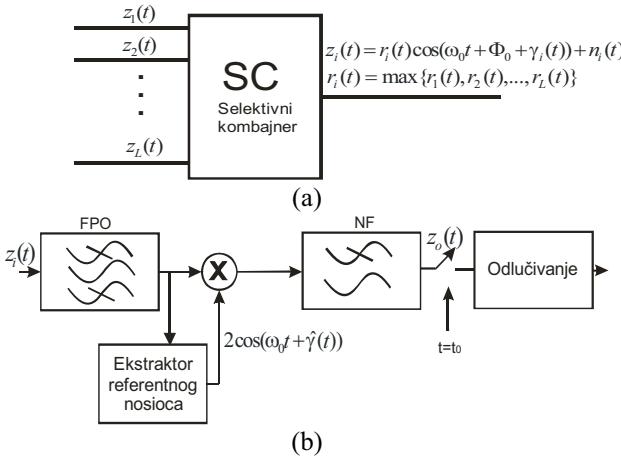
U daljem delu rada najpre je izvršena analiza detekcije BPSK (Binary Phase Shift Keying) signala, koji se prostire kroz kanal sa Rajsovim fedingom. Pre detekcije vrši se selektivno kombinovanje signala iz  $L$  grana. Analiza je izvršena pod pretpostavkom da ekstrakcija referentnog nosioca u kolu fazne petlje nije idealna. Izvedeni su analitički izrazi za funkciju gustine verovatnoće (probability density function - PDF) anvelope signala posle kombinovanja i verovatnoću greške pri detekciji. Na osnovu ovih izraza dobijene su zavisnosti verovatnoće greške od odnosa srednjih snaga signala i šuma.

## II. MODEL SISTEMA

Predajnik šalje BPSK signal oblika  $A \cos(\omega_0 t + \Phi_0)$ , gde je  $\Phi_0 = 0$  ako se šalje binarna jedinica i  $\Phi_0 = \pi$  ako se šalje binarna nula. Posle prostiranja kroz kanal sa fedingom, signal na ulazu u prijemnik u  $k$ -toj grani ima oblik (Sl. 1):

$$z_k(t) = r_k(t) \cos(\omega_0 t + \Phi_0 + \gamma_k(t)) + n_k(t) \quad (1)$$

gde je  $r_k(t)$  anvelopa primljenog signala,  $\omega_0$  kružna učestanost nosioca,  $\Phi_0$  poslata faza signala ( $\Phi_0 \in \{0, \pi\}$ ),  $\gamma_k(t)$  je slučajna faza (šum faze usled multipath fedinga), a  $n_k(t)$  je aditivni beli Gausov šum koji se javlja pri prolasku kroz kanal u  $k$ -toj grani. Ovaj šum ima nultu srednju vrednost i varijansu  $\sigma^2$ . Prepostavlja se da je snaga šuma u svim granama ista.



Sl. 1. Selektivno kombinovanje i detekcija signala.

S obzirom da je snaga šuma u svim granama ista, u kolu za kombinovanje se vrši izbor one grane u kojoj je anvelopa primljenog signala najveća. Kao što se vidi na Sl. 1. anvelopa signala na izlazu kola za kobilovanje je:

$$r_i(t) = \max\{r_1(t), r_2(t), \dots, r_k(t), \dots, r_L(t)\} \quad (2)$$

Posle kombinovanja, signal se prvo vodi na filter propusnik opsega centralne učestanosti  $f_0$ . Iza toga se dobijeni signal množi sa signalom iz fazne petlje koji ima istu frekvenciju kao i nosilac. Fazna petlja ima ulogu da izvrši procenu faze dolazećeg signala. Procenjena faza u idealnom slučaju bi trebalo da bude jednaka fazi dolazećeg signala  $\gamma_i(t)$ . U praktičnim realizacijama imamo određeno odstupanje procenjene faze  $\hat{\gamma}(t)$  od faze signala  $\gamma_i(t)$ . Ova razlika je obeležena sa  $\varphi(t) = \gamma_i(t) - \hat{\gamma}(t)$  i naziva se fazna greška.

Ova fazna greška ima Gausovu funkciju gustine verovatnoće, čija je srednja vrednost jednaka nuli i varijansa  $\sigma_\varphi^2$ ,  $p_\varphi(\varphi)$ , [7]-[8].

Funkcija gustine verovatnoće anvelope signala na izlazu kola za kombinovanje sa  $L$  grana, kada sve grane na ulazu imaju isti PDF, može se predstaviti u obliku [2]:

$$p_{r_i}(r_i) = L \cdot p_r(r_i) \left( \int_0^i p_r(t) dt \right)^{L-1} \quad (3)$$

pri čemu je  $p_r(r)$  funkcija gustine verovatnoće anvelope signala u  $k$ -toj grani.

Signal na osnovu koga se vrši odlučivanje je oblika:

$$z_o(t) = r_i(t) \cos(\Phi_0 + \varphi(t)) + x(t) \quad (4)$$

gde je  $x(t)$  uskupojasni Gausov šum nulte srednje vrednosti i varijanse  $\sigma^2$ .

Iraz za uslovnu verovatnoću greške u zavisnosti od odnosa srednje snage signala i šuma u kanalu  $\rho^2$  i argumenta  $\varphi$  za signal na prijemu je dat kao [4]-[5]:

$$P_{e/\varphi, \rho^2} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\rho^2} \cos \varphi) \quad (5)$$

gde je  $\rho^2 = \frac{r_i^2}{2\sigma^2}$  a  $\sigma^2 = \overline{n^2(t)}$ .

Srednja verovatnoća greške se dobija integraljenjem uslovne verovatnoće greške (5) po svim vrednostima  $\rho^2$  i  $\varphi$ .

$$BER = \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi \operatorname{erfc}(\sqrt{\rho^2} \cos \varphi) \cdot p_\varphi(\varphi) \cdot p_{\rho^2}(\rho^2) \cdot d\varphi \cdot d(\rho^2) \quad (6)$$

PDF anvelope signala na izlazu iz selektivnog kombajnera kod diverziti sistema sa  $L$  grana, ako su na ulazu u kombajner signali čije anvelope imaju Rajsove raspodele istih karakteristika, je dat sa [2]:

$$p_{r_i}(r_i) = L \cdot \frac{r_i}{\sigma_F^2} e^{-\frac{r_i^2 + A^2}{2\sigma_F^2}} I_0\left(\frac{A \cdot r_i}{\sigma_F^2}\right) \cdot \left( \int_0^i \frac{t}{\sigma_F^2} e^{-\frac{t^2 + A^2}{2\sigma_F^2}} I_0\left(\frac{A \cdot t}{\sigma_F^2}\right) dt \right)^{L-1} \quad (7)$$

Smenom (7) u (6) imamo da je verovatnoća greške data sledećim izrazom:

$$BER = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^\pi \int_0^\infty \operatorname{erfc}(\sqrt{\rho^2} \cos \varphi) \cdot L \cdot \frac{1+K}{\rho^2} e^{-\frac{\rho^2(1+K)}{\rho^2}} e^{-K} \cdot I_0\left(2 \sqrt{\frac{K\rho^2(1+K)}{\rho^2}}\right) \cdot \left( \int_0^{\frac{\sqrt{2\rho^2(1+K)}}{\rho^2}} t \cdot e^{-\frac{t^2}{2}-K} I_0(\sqrt{2K} \cdot t) dt \right)^{L-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\varphi} e^{-\frac{\varphi^2}{2\sigma_\varphi^2}} \cdot d(\rho^2) \cdot d\varphi \quad (8)$$

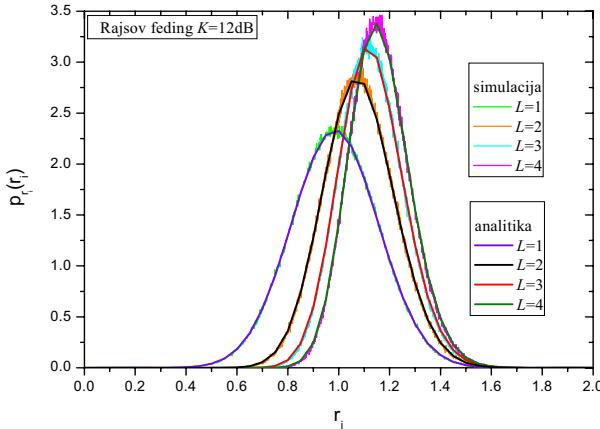
gde je  $K$  vrednost Rajsovog parametra ( $K = \frac{A^2}{2\sigma_F^2}$ ),  $\operatorname{erfc}(\cdot)$  je komplementarna funkcija greške, a  $I_0(\cdot)$  je modifikovana Beselova funkcija prve vrste nultog reda. Kao što je poznato, za  $K=0$  Rajsov feding prelazi u Rejljev.

### III. NUMERIČKI REZULTATI

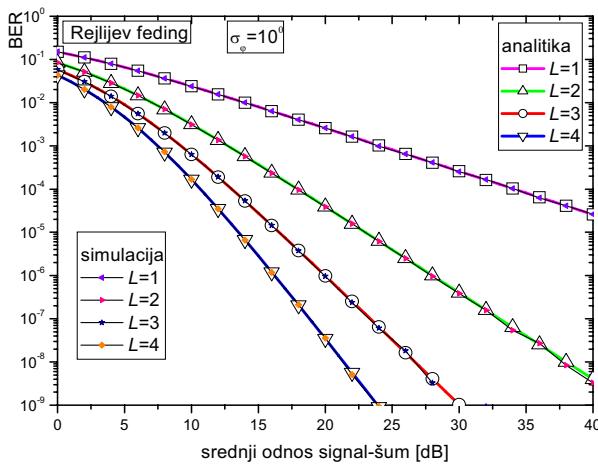
Korišćenjem izraza (3) izračunate su PDF anvelope signala na izlazu iz selektivnog kombajnera, ako se radi o Rajsovom kanalu. Na Sl. 2. prikazane su PDF anvelope signala na izlazu iz kombajnera pri prostiranju signala kroz kanal sa Rajsovim fedingom za različite vrednosti diverziti sistema  $L$ . Na ovoj slici su takođe prikazani rezultati dobijeni simulacionim postupkom. Kao što se može videti, između analitičkih i simulacionih rezultata postoji dobro slaganje.

Simulacije fedinga izvršene su saglasno sa osnovnim principima iznetim u [3], kao i korišćenjem dobro poznatih transformacija funkcija gustine verovatnoće iz [4] i [6]. S obzirom da se u ovom radu posmatraju funkcije gustine verovatnoće i srednje vrednosti verovatnoće greške, numeričke vrednosti brzine kretanja prijemnika i učestanosti nosioca nisu od interesa.

Primenom izraza (8) kada se stavi da je  $K=0$  može se izračunati verovatnoća greške za kanal sa Rejljevim fedingom i ispitati zavisnost performansi prijemnika od broja grana diverziti sistema. Na Sl. 3. prikazana je zavisnost verovatnoće greške od srednjeg odnosa signala-šum ( $\overline{\rho^2}$ ) za različite vrednosti parametra  $L$ .



Sl. 2. Poređenje analitički dobijenih rezultata sa rezultatima dobijenim simulacijom.



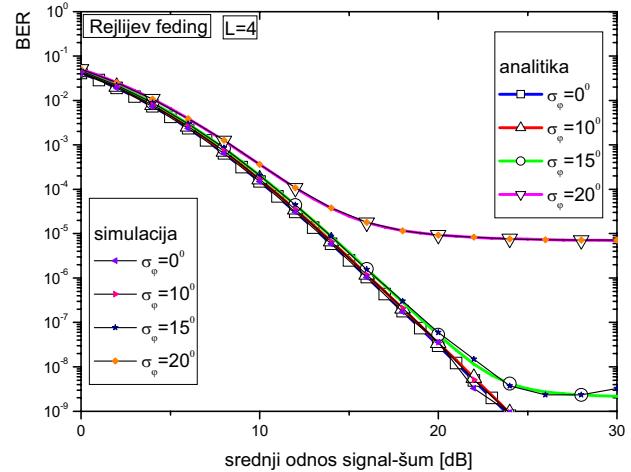
Sl. 3. Uticaj broja grana diverziti sistema na detekciju signala.

Sa Sl. 3. se vidi da se sa povećanjem broja grana poboljšavaju performanse prijemnika, ali što više  $L$  raste, poboljšanje je manje, a složenost sistema veća, pa zato treba tražiti kompromis između performansi sistema i njegove složenosti.

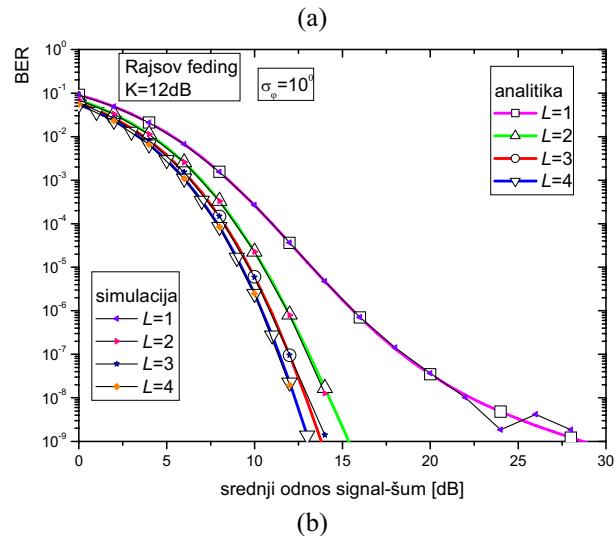
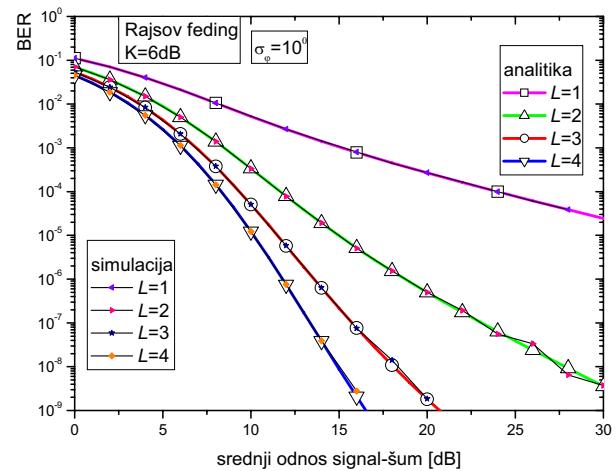
Na Sl. 4. prikazano je pogoršanje performansi prijemnika u zavisnosti od kvaliteta ekstraktora nosioca za broj grana  $L = 4$ . Vidi se da za male vrednosti  $\overline{\rho^2}$  imamo približno iste karakteristike. Međutim za veće vrednosti srednjeg odnosa signal-šum imamo neotklonljivu verovatnoću greške koja se javlja kod slabije kvalitetnijih ekstraktora, pa bez obzira na vrednost  $\overline{\rho^2}$  verovatnoća greške ne može opasti ispod određene vrednosti. To je zato što se usled greške u kolu fazne petlje može pogrešno detektovati neki od bita čak i kada snaga aditivnog Gausovog šuma teži nuli.

Primenom izraza (8) može se izračunati verovatnoća greške za kanal sa Rajsovim feedingom i razmotriti performanse prijemnika za različite vrednosti Rajsovog parametra  $K$ , broja diverziti grana  $L$  i standardne devijacije faznog šuma  $\sigma_\varphi$ .

Na Sl. 5. je prikazan uticaj reda diverzitija na performanse prijemnika za vrednost Rajsovog parametra (a)  $K = 6$  dB i (b)  $K = 12$  dB.



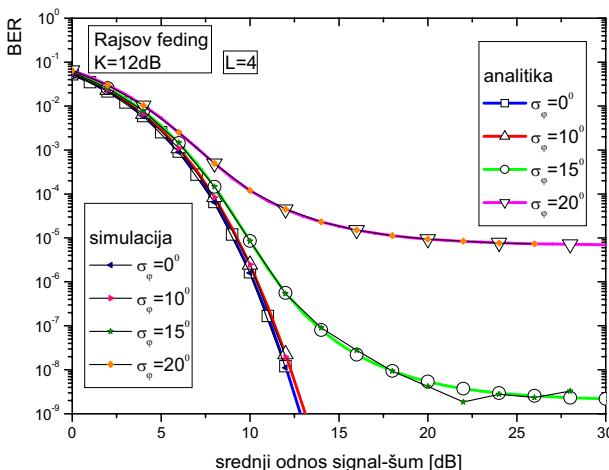
Sl. 4. Uticaj kvaliteta ekstraktora nosioca u kolu fazne petlje na detekciju signala za  $L = 4$ .



Sl. 5. Uticaj broja grana  $L$  na performanse prijemnika za  $\sigma_\varphi = 10^0$  ((a)  $K = 6$  dB i (b)  $K = 12$  dB).

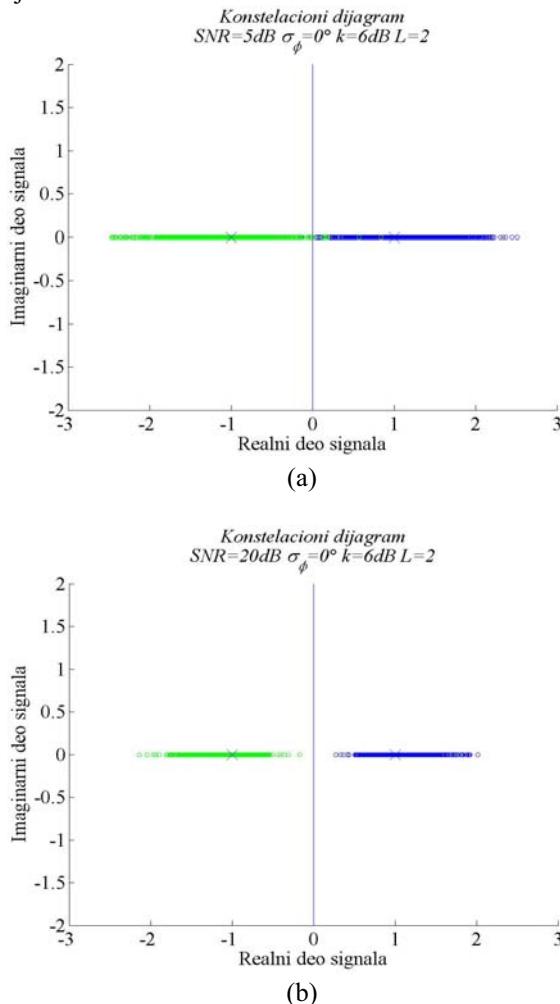
Može se primetiti da se sa povećanjem reda diverzitija poboljšavaju performanse prijemnika, ali da to poboljšanje opada što je veći red diverziteta sistema.

Na Sl. 6. razmatra se uticaj promene parametra  $\sigma_\varphi$  ( $\sigma_\varphi = \{0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ\}$ ) na detekciju prijemnika za broj grana  $L = 4$  za vrednosti Rajsovog parametra  $K = 12$  dB.



Sl. 6. Uticaj kvaliteta ekstraktora referentnog nosioca na detekciju signala zahvaćenog Rajsovim fedingom za diverziti sisteme četvrtog reda.

Na Sl. 7 je prikazan uticaj  $\rho^2$  na oblik konstelacionog dijagrama signala na osnovu koga se vrši odlučivanje u prijemniku.



Sl. 7. Konstelacioni dijagram signala za ((a)  $SNR = 5$  dB i (b)  $SNR = 20$  dB; vrednosti ostalih parametara su  $\sigma_\phi = 0^\circ$ ,  $K = 6$  dB i  $L = 2$ , grafik je nacrtan za 1000 tačaka).

#### IV. ZAKLJUČAK

Na osnovu prethodno izvršene analize selektivnog kombinovanja BPSK signala koji se prostire kroz kanal sa Rajsovim fedingom, određen je uticaj broja ulaznih grana na oblik funkcije gustine verovatnoće anvelope signala posle kombinovanja. Određena je verovatnoća greške pri detekciji signala kada ekstrakcija referentnog nosioca nije idealna. Na osnovu prikazanih rezultata može se zaključiti u kojoj meri standardna devijacija fazne greške utiče na vrednost verovatnoće greške. Pokazano je da fazna greška prouzrokuje pojavu neotklonjive greške. Takođe je ispitana uticaj broja grana na performanse sistema i utvrđeno koliko se smanjuje verovatnoća greške sa povećanjem broja grana. Komentari rezultata su dati u prethodnom delu rada. Svi rezultati, dobijeni na osnovu analitičkog pristupa, verifikovani su Monte Carlo simulacijama, što je i prikazano u prethodnom delu rada.

#### LITERATURA

- [1] M. K. Simon, M. S. Alouini, "Digital Communication over Fading Channels: A Unified Approach to Performance Analysis", John Wiley & Sons, Inc. 2000.
- [2] Z. J. Mitrović, "Diverziti sistemi i detekcija signala pomoću višeantenskih prijemnika", Diplomski rad, Elektrotehnički fakultet, Niš, Avgust 2007.
- [3] J. D. Parsons, *The Mobile Radio Propagation Channel*, Second Edition, John Wiley & Sons Ltd 2000.
- [4] G. Lukatela, "Statistička teorija telekomunikacija i teorija informacija", Gradačevska knjiga, Beograd, 1981.
- [5] J. G. Proakis, *Digital Communications*, McGraw-Hill, New York, 2000.
- [6] D. Drajić, *Uvod u statističku teoriju telekomunikacija*, Akademski misao, Beograd, 2003.
- [7] M. Č. Stefanović, "Detekcija signala u belom i obojenom Gausovom šumu", Elektrotehnički fakultet, Niš, 1999.
- [8] W. C. Lindsey, M. K. Simon, *Telecommunication Systems Engineering*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1973.

#### ABSTRACT

In this paper, the analysis of the reception of BPSK signal in the Rice fading channel is presented. Selective combining (SC) and then demodulation and detection of the input signal are performed in the receiver while the estimation of the phase of transmitted signal is not ideal. Bit error rate of the signal envelopes after selective combining are obtained for arbitrary number of branches. The influence of non-ideal estimation of the phase of an input signal as well as the influence of the number of diversity branches to the dependence of error probability on signal-noise ratio in a channel is considered. All the analytical results, obtained using numerical integration, are confirmed by Monte Carlo simulations.

#### DETECTION OF BPSK SIGNAL IN RICEAN FADING CHANNEL USING SC IN THE PRESENCE OF IMPERFECT REFERENCE CARRIER SIGNAL EXTRACTION

Zlatko J. Mitrović, Bojana Z. Nikolić,  
Alexandros E. Doumanoglou