

Proračunavanje koeficijenta apsorpcije zvuka poroznog materijala

Husnija Kurtović

Sadržaj — U ovom radu su prikazani teorijski principi i iz njih izvedeni postupci za proračun koeficijenta apsorpcije poroznih materijala pri raznim načinima ugrađivanja, uz uslov da su njihovi osnovni parametri poznati. Potrebni obrasci izvedeni su preko analogija sa električnim kolima i vodovima, kao što je to uobičajeno u akustici za inženjere elektrotehnike. Za neke slučajeve, koji se retko pominju u opštoj literaturi nego ih treba tražiti u vrlo specijalizovanim radovima, data su originalna rešenja. Valjanost postupaka proračuna proverena je upoređenjem sa rezultatima merenja datim u dostupnoj literaturi, ali ta dokumentacija nije prikazana zbog ograničenog prostora.

Gljučne reči — koeficijent apsorpcije, porozni apsorpcioni materijali.

I. UVOD

U jednom ranije objavljenom radu autor je nagovestio da je proračunavanje koeficijenta apsorpcije poroznog materijala vrlo komplikovan postupak, a posebno zato što treba poznavati niz karakteristika samog materijala [1]. O tome postoje ne samo članci i priručnici, nego i cele knjige [2]. Proračunavanje se najčešće može izbeći koristeći rezultate merenja za slične materijale, ali nije na odmet pokušati i sa proračunom. I u jednom i u drugom slučaju napraviće se greška, ali se ona, upoređujući oba rezultata, može lakše oceniti. Naročito je korisno poznavati postupak proračuna kad je za neki materijal poznat koeficijent apsorpcije pri jednom načinu korišćenja (debljina materijala, noseća potkonstrukcija), a namera je da se isti materijal koristi na drugi način. U ovom radu prikazane su uprošćene metode proračuna za razne slučajeve postavljanja poroznog materijala, koristeći osnovne teorijske postavke i ukazujući na razloge mogućih odstupanja.

II. OSNOVNE TEORIJSKE POSTAVKE

Površina poroznog materijala do koje dolaze zvučni talasi predstavlja graničnu površinu dve sredine: jedna je vazduh, a druga materijal. Od impedance tog materijala na graničnoj površini zavisi, kao u teoriji vodova, koji će se deo dolazeće zvučne energije reflektovati, odnosno koji će biti apsorbovan. Pomenuta impedanca zavisi ne samo od karakteristika samog materijala, čime je određena njegova (specifična akustička) karakteristična impedanca Z_{sc} , nego i od njegove debljine d (dužina voda), od impedance svega što se nalazi iza poroznog materijala (ukoliko se sloj materijala ne može smatrati beskonačno dugim vodom) i od upadnog ugla zvučnog talasa (vidi sliku 1).

Osim toga koeficijent apsorpcije zavisi i od niza drugih faktora, kao što je masa i elastičnost kostura (čvrsti materijal u kojem postoje pore), položaj materijala u prostoriji, veličina njegove površine itd. U mnogim slučajevima uticaj ovih faktora nije znatan, pa samim tim ni presudan, i o tome će biti

reči u daljem tekstu. Najzad, dodajmo da je ovde sve komplikovanije nego u teoriji vodova, jer je problem trodimenzionalan.

Polazne jednačine za sloj poroznog materijala beskonačno velike debljine sa idealno krutim kosturom nalaze se (u donekle uprošćenom obliku) u literaturi [3] ili samo u završnom obliku (bez izvođenja) u literaturi [4]. Međusobna zavisnost zvučnog pritiska p i brzine čestica v data je jednačinama:

$$\begin{aligned} \text{grad } \underline{p} &= -\frac{\rho}{\sigma} (\chi - j\eta) \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} \\ \text{div } \underline{v} &= -\frac{\sigma}{\rho c^2} \frac{\partial p}{\partial t} \end{aligned} \quad (1)$$

gde je

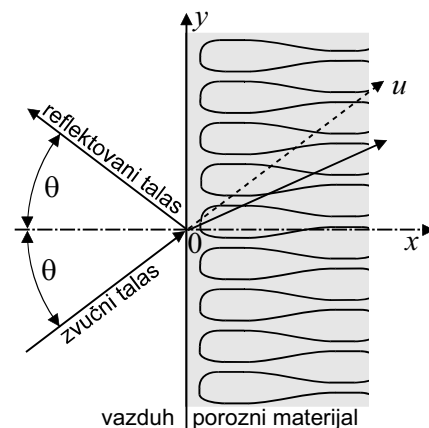
$$\eta = R'_s \sigma / (\omega \rho), \quad (2)$$

a dalje je R'_s podužna otpornost strujanja poroznog materijala, ρ gustina vazduha ($1,2 \text{ kg/m}^3$), χ faktor strukture materijala (vrednosti između 1 i 4), σ poroznost materijala i c brzina prostiranja zvuka (za adijabatske promene uzima se obično 340 m/s). Pritom treba posebno naglasiti da v nije brzina čestica u porama materijala nego u vazduhu ispred granične površine materijala.

Uzimajući da je izvod po vremenu množenje sa $j\omega$ i svođenjem na jednu promenljivu, iz jednačina (1) se dobija:

$$\text{div grad } \underline{p} = \frac{\partial^2 \underline{p}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{p}}{\partial y^2} = -\frac{\omega^2}{c^2} (\chi - j\eta) \underline{p} = \underline{\gamma}^2 \underline{p} \quad (3)$$

pri čemu je odmah uzeto u obzir da se talas prostire u ravni xy (vidi sliku 1), i to po osi u koja zaklapa sa normalom na materijal (koordinata x) ugao θ , što znači da je $u = x \cos \theta + y \sin \theta$ (vidi sliku 1).



Slika 1 – Skica za teorijska objašnjenja

Rešenje ove jednačine, poznate iz teorije telekomunikacija glasi (samo za progresivni talas):

$$\underline{p} = \underline{p}_+ e^{-(\gamma_x x + \gamma_y y)}$$

pri čemu je

$$\underline{\gamma}^2 = \underline{\gamma}_x^2 + \underline{\gamma}_y^2 \quad (4)$$

Konstanta γ odnosi se na pravac prostiranja po osi u . S obzirom da se dolazeći zvučni talas prostire ispred materijala paralelno graničnoj površini, duž y -ose, teorijski bez gubitaka, mora biti $\underline{\gamma}_y = j \frac{\omega}{c} \sin \theta$, a prema izrazu (4) sledi:

$$\underline{\gamma}_x = \sqrt{\underline{\gamma}^2 - \underline{\gamma}_y^2} = j \frac{\omega}{c} \sqrt{\chi - \sin^2 \theta - j\eta} \quad (5)$$

Na taj način prostiranje talasa zvučnog pritiska predstavljeno je izrazom:

$$\underline{p} = \underline{p}_+ e^{-j \frac{\omega}{c} (x \sqrt{\chi - \sin^2 \theta - j\eta} + y \sin \theta)} \quad (6)$$

Koeficijent apsorpcije zavisi samo od tzv. normalne (zidne) impedance materijala [3], a to je odnos $\underline{p}/\underline{v}_x$ na graničnoj površini. Komponenta brzine normalna na graničnu površinu, dakle \underline{v}_x , dobija se, izjednačavajući $\partial \underline{p}/\partial x$ iz jednačine (6) i opšte jednačine (1) (na osnovu definicije gradijenta), kao:

$$\frac{\partial \underline{p}}{\partial x} = -j \frac{\omega \rho}{\sigma} (\chi - j\eta) \underline{v}_x = -j \frac{\omega}{c} \sqrt{\chi - \sin^2 \theta - j\eta} \underline{p}$$

Iz ovog izraza sledi da je normalna impedanca beskonačno debelog sloja poroznog materijala, kada talas dolazi pod uglom θ (uz jednu korekciju o kojoj će odmah biti reči), u definitivnom obliku:

$$\underline{Z}_{n\infty} = \frac{\underline{p}}{\underline{v}_x} = \frac{\rho c}{\sigma} \sqrt{1,4} \frac{\chi - j\eta}{\sqrt{\chi - \sin^2 \theta - j\eta}} \quad (7)$$

a koeficijent prostiranja prema (5):

$$\underline{\gamma}_n = j \frac{\omega}{c} \sqrt{1,4} \sqrt{\chi - \sin^2 \theta - j\eta} \quad (8)$$

Pomenuta korekcija je vezana za činjenicu da je veličina ρc^2 u izrazu (2) u stvari Jungov modul za vazduh koji iznosi $p_s \kappa$, gde je p_s statički (atmosferski) pritisak, a κ odnos specifičnih toplota pri stalnom pritisku i stalnoj zapremini vazduha. Ovo κ za adijabatske promene ima vrednost 1,4 a za izotermičke 1. Lako je proveriti da je posledica toga korekcija uneta u izraze (7) i (8). Uzimajući $\kappa = 1,4$ za adijabatske promene (važeće u slobodnom prostoru, ali ne i u poroznom materijalu gde zidovi kostura odvede i dovode toplotnu energiju, naročito na niskim frekvencijama pri relativno sporim promenama zvučnog pritiska), otpada korekcionni član pod korenom koji sadrži κ . Ostaje samo pitanje u kojem frekvencijskom području dolazi u nekom određenom materijalu do promene (svakako postupene) koeficijenta κ . Može se uzimati da se to dešava negde oko 1000 Hz, mada to zavisi od mnogih karakteristika poroznog materijala.

Izraz (8) poslužiće nam da nađemo, posmatrano duž ose x , koeficijent slabljenja (μ) i koeficijent prostiranja (k) iz relacije $\underline{\gamma}_n = \mu_n + jk_n$. Iz (8) se dobija:

$$\underline{\gamma}_n = \frac{\omega}{c} \sqrt{1,4} \sqrt{(\chi - \sin^2 \theta)^2 + \eta^2} (\cos \psi + j \sin \psi) = \mu_n + jk_n \quad (9)$$

gde je $\psi = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arctan \frac{\eta}{\chi - \sin^2 \theta}$ jer je $j = e^{j\pi/2}$.

Za niske frekvencije i (ili) za relativno veliko R'_s biće $\eta \gg \chi$, jer je χ često blisko vrednosti 1, a inače najviše

može iznositi 4. U tom slučaju je $\frac{1}{2} \arctan \frac{\eta}{\chi} \cong \frac{\pi}{4}$.

Uzimajući još u obzir da u (9) pod četvrtim korenom ostaje samo η , dobija se:

$$\mu_n = k_n = \frac{\omega}{c} \sqrt{1,4} \sqrt{\frac{\eta}{\kappa}} \sqrt{\frac{\eta}{2}} \quad (10)$$

S obzirom na to da je $k_n = \omega/c_n$, izlazi da je:

$$c_n = c \sqrt{\frac{\kappa}{1,4}} \sqrt{\frac{2}{\eta}} \quad (11)$$

Veliko η učinilo je da je otpala zavisnost od upadnog ugla θ .

Kada je, naprotiv, $\eta \ll \chi$, a to je uvek slučaj na dovoljno visokim frekvencijama, onda je izraz $\eta/(\chi - \sin^2 \theta) \ll 1$, pa i njegov arctan ima približno istu vrednost, iz čega sledi dalje da je:

$$\cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\eta}{2(\chi - \sin^2 \theta)} \right) = \sin \frac{\eta}{2(\chi - \sin^2 \theta)} \cong \frac{\eta}{2(\chi - \sin^2 \theta)}$$

Zanemarujući η pod četvrtim korenom u (9) i uzimajući da je tada praktično uvek $\kappa = 1,4$, postaje:

$$\mu_n = \frac{\omega \eta}{2c \sqrt{\chi - \sin^2 \theta}} \quad (12)$$

a za normalnu incidenciju

$$\mu_{no} = \frac{\omega \eta}{2c \sqrt{\chi}} \quad (12a)$$

Što se tiče brzine prostiranja na visokim frekvencijama, tu se može uzeti da je

$$\sin \psi = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\eta}{2\sqrt{\chi}} \right) = \cos \frac{\eta}{2\sqrt{\chi}} \cong 1$$

pa je:

$$c_n = c / \sqrt{\chi - \sin^2 \theta}, \quad (13)$$

a za normalnu incidenciju

$$c_{no} = c / \sqrt{\chi}. \quad (13a)$$

U slučaju da η nije ni veliko ni malo, μ_n i c_n se nalaze iz obrasca (9) za svako θ posebno.

III. POSTUPAK PRORAČUNA

Za proračun koeficijenta apsorpcije treba poznavati pre svega normalnu impedancu \underline{Z}_n na spoljašnjoj graničnoj površini materijala. Normalna impedanca $\underline{Z}_{n\infty}$, izvedena u prethodnom poglavlju (izraz (7)), važi samo za beskonačno debeo (u praksi vrlo debeo – vidi kasnije) sloj materijala. Znajući $\underline{Z}_n = R_n + jX_n$, koeficijent apsorpcije α_θ za talase koji dolaze pod uglom θ nalazi se (vidi [3]) po obrascu:

$$\alpha_\theta = 1 - \frac{\left| \frac{\underline{Z}_n - \frac{\rho c}{\cos \theta}}{\underline{Z}_n + \frac{\rho c}{\cos \theta}} \right|^2}{\left(1 + \frac{\rho c}{R_n \cos \theta} \right)^2 + \left(\frac{X_n}{R_n} \right)^2} = \frac{4 \rho c}{R_n \cos \theta} \quad (14)$$

Izraz (14) može se dalje pretvoriti u:

$$\alpha_\theta = \frac{4 w \cos \varphi \cos \theta}{w^2 \cos^2 \theta + 2 w \cos \varphi \cos \theta + 1} \quad (14a)$$

gde je uvedeno $\underline{Z}_n/(\rho c) = w e^{j\varphi}$. Za nalaženje onog što nam treba, tj. srednjeg koeficijenta apsorpcije za sve

uglove θ u difuznom i homogenom zvučnom polju (oznaka α bez indeksa), izraz (14a) treba pomnožiti faktorom $\sin(2\theta)d\theta$ koji uzima u obzir i verovatnoću ugla θ i ponderaciju u vezi sa raspoloživom zvučnom energijom pri datom upadnom uglu (vidi [3]), pa integraliti u granicama od 0 do $\pi/2$ (Bilo bi verovatno bolje integraliti samo od 0 do 78° , kako se to praktikuje u nekim proračunima zvučne izolacije, jer su veliki upadni uglovi u realnim uslovima malo verovatni, ali ovde su razlike u dobijenom rezultatu vrlo male). Dakle uvek će biti:

$$\alpha = \int_0^{\pi/2} \alpha_\theta \sin(2\theta) d\theta \quad (15)$$

Zbog ovako komplikovanog proračuna analiziraće se pre svega neki ekstremni slučajevi; na primer kad je sloj poroznog materijala dovoljno debeo da se može smatrati da odgovara beskonačno dugom vodu u telekomunikacijama ili kad je toliko tanak da odgovara elementima električnog kola sa koncentrisanim parametrima. Drugu olakšicu će predstavljati to što ćemo posebno analizirati oblast vrlo niskih ili vrlo visokih frekvencija, gde se dobijaju jednostavniji rezultati.

Napomena: Komplikacijama koje potiču od nepoznavanja tačne vrednosti κ treba još dodati da ni veličina R'_s nije apsolutna konstanta materijala, jednaka na svim frekvencijama. Ona zadržava stalnu vrednost približno do frekvencije $f_v = 0,25 R'_s \sigma$, a odatle raste po zakonu $R'_{sv} = R'_s (1 + \sqrt{f/f_v})$. Najčešće frekvencija f_v neće biti u opsegu frekvencije koji nas interesuje (125 do 4000 Hz).

A. Debeo sloj poroznog materijala

Ovde ćemo poći od jednostavnijeg (mada retkog) slučaja kad je materijal dovoljno debeo da se može zameniti beskonačnim vodom. Onda je potpuno svejedno da li je materijal na krutoj podlozi, ili je na nekom razmaku od nje, bilo manjem, bilo čak vrlo velikom. Ako se držimo analogije sa vodovima u tehnici telekomunikacija, slabljenje duž voda (a ovde je uzeto ono najmanje, na putu jednakom debljini materijala d) $\mu_{no}d$ treba onda da iznosi 1,5 Np, kako bi slabljenje zvučnog talasa koji prođe kroz porozni materijal i reflektuje se (čak i u potpunosti, što je najkritičniji slučaj) pa se vrati do granične površine, iznosilo 3 Np (preko 25 dB). Refleksija od kraja "voda" bila bi tada zanemarljiva u odnosu na primarnu refleksiju na površini poroznog materijala i samim tim bi se moglo smatrati da se materijal ponaša kao beskonačno dug vod.

To znači da proizvod koeficijenta slabljenja i dvostruke debljine materijala d treba da bude $2\mu_{no}d \geq 3$. Uzimajući u obzir izraze (10) i (12a), dobija se da za niske frekvencije, tj. η (obr. (2)) veliko, mora biti:

$$d \geq \frac{270}{\sqrt{f} R'_s \sigma} \quad (16)$$

A za visoke frekvencije, tj. η malo:

$$d \geq \frac{1200 \sqrt{\chi}}{R'_s \sigma} \quad (17)$$

S obzirom na to da u akustici slabljenje od 25 dB dovodi do praktično zanemarljive vrednosti, a i na to da talasi za $\theta \neq 0$ imaju veće slabljenje (duži put), verovatno

bi numerički koeficijenti mogli biti samo 2/3 onih u obrascima (16) i (17), tj. 180 i 800. Drugim rečima, verovatno bi bilo dovoljno slabljene od 2 Np umesto 3 Np, pa da se uticaj reflektovanog talasa sa zadnje strane materijala smatra nepostojećim. Primeri, sprovedeni radi potvrđivanja izložene teorije, to opravdavaju, a to preporučuju i neki drugi autori [6].

Posebno nas interesuje proračun za oblast niskih frekvencija gde je koeficijent apsorpcije najmanji. Ako je veličina $\eta = R'_s \sigma / (\omega \rho)$ u obrascima (7) i (8) mnogo veća od χ (bar 10 puta), onda se ovi izrazi svode na jednostavnije:

$$Z_{n\infty} = \frac{\rho c}{\sigma} \sqrt{\frac{\kappa \eta}{1,4}} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - j \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \quad (18)$$

$$Z_n = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{1,4 \eta}{\kappa}} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + j \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \quad (19)$$

pri čemu je, prema ranijem, već uzeto u obzir da je $\sqrt{-j} = e^{-j\pi/4}$. Treba odmah napomenuti i to da će promene najčešće biti izotermičke, a to znači $\kappa = 1$.

Vidi se da su u tom slučaju veličine u obrascu (14a):

$$w = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\frac{\eta}{1,4}} = \sqrt{\frac{R'_s}{1,4 \omega \rho \sigma}}$$

$$i \quad \cos \varphi = \cos 45^\circ = 1/\sqrt{2}.$$

Izraz (14a), koji daje α_θ treba prema (15) pomnožiti faktorom $\sin(2\theta)d\theta$. Dobija se integrabilna funkcija:

$$\alpha = \int_0^{\pi/2} \frac{4\sqrt{2} w \cos^2 \theta \sin \theta d\theta}{w^2 \cos^2 \theta + \sqrt{2} w \cos \theta + 1}$$

$$\text{tipa} \quad \alpha = \int_0^1 \frac{m x^2 dx}{a + bx + cx^2},$$

koja daje rezultat:

$$\alpha = \frac{5,66}{w} \left[1 - \frac{0,71}{w} \ln(1 + w\sqrt{2} + w^2) \right] \quad (20)$$

Ako se u obrascu (14a) pored $\varphi = 45^\circ$ uzme i $\theta = 45^\circ$, što se radi za brze orijentacione proračune zato što za taj ugao faktor $\sin(2\theta)$ u obrascu (15) ima najveću vrednost i što α_θ po pravilu najpre raste sa θ , da bi ipak za $\theta = 90^\circ$ naglo palo na nulu, dobija se izraz:

$$\alpha \cong \alpha_{45} = \frac{2w}{w^2/2 + w + 1} \quad (21)$$

koji često vrlo približno daje vrednost α koju bi dao i obrazac (20).

U oblasti visokih frekvencija, naravno ako materijal zadovoljava uslove u pogledu debljine, biće na nekoj visokoj frekvenciji ispunjen uslov da je $\eta \ll \chi$. Onda w iznosi $\chi / (\sigma \sqrt{\chi - \sin^2 \theta})$, pri čemu je ovde odmah uzeto u obzir da je $\kappa = 1,4$. Ovaj izraz, primenjen u obrascu (14a), daje funkciju koja nije integrabilna i mora se u obrascu (15) pristupiti numeričkoj integraciji. Ako se umesto integracije uzme kao reprezentativna vrednost $\theta = 45^\circ$, dobija se:

$$\alpha \cong \alpha_{45} = \frac{4\sigma\chi}{\left(\frac{\chi}{\sqrt{2\chi-1}} + \sigma \right)^2} \quad (22)$$

Interesantno je takođe uočiti da za $\chi = 1$, što nije redak slučaj, postaje $w = \frac{1}{\sigma \cos \theta}$, a to će, primenjujući obrazac (14a), dati α_θ nezavisno od ugla, pa samim tim:

$$\alpha = \alpha_\theta = \frac{4\sigma}{(\sigma+1)^2} \quad (23)$$

Naravno da se isti rezultat dobija i po obrascu (22) za $\chi = 1$.

Ako materijal zadovoljava uslove u pogledu debljine, ali veličina η nije ni mnogo manja ni mnogo veća od jedinice, onda se nalazi \underline{Z}_n kako je dato izrazom (7), a iz njega dalje veličine w i $\cos \varphi$ da bi se primenio obrazac (14a).

Treba još dodati da je među poroznim materijalima koji se primenjuju u praksi vrlo teško naći neki koji bi na niskim frekvencijama imao dovoljnu debljinu da može odgovarati beskonačno dugom vodu. Ukoliko je R'_s veliko, kako imaju neke podne prostirke, onda je najčešće njihova debljina d mala, pa opet uslov (16) nije zadovoljen.

B. Porozni materijal na čvrstoj podlozi

Na spoljnoj površini poroznog materijala debljine d , iza koga je teorijski idealno kruta, a realno neka dovoljno masivna podloga, ulazna impedanca se posmatra kao kod električnog voda u praznom hodu. Ona iznosi:

$$\underline{Z}_n = \underline{Z}_{noz} \coth(\underline{\gamma}_n d) \quad (24)$$

gde je \underline{Z}_{noz} , već ranije dato izrazom (7), u stvari normalna karakteristična impedanca materijala pri uglu incidencije θ . Nalazeći \underline{Z}_{noz} i $\underline{\gamma}_n d$ po obrascu (7) i (8), mogu se dalje naći \underline{Z}_n po obrascu (24), zatim w i φ da bi se uvrstile u obrazac (14a), preko koga će se posle (numeričkog) integraljenja po obrascu (15) dobiti koeficijent apsorpcije α u difuznom zvučnom polju.

Teorijski obrazac (24) podrazumeva činjenicu da je skelet poroznog materijala idealno krut. Ako to nije slučaj, onda i sam skelet predstavlja mehanički vod, paralelan akustičkom vodu, tj. porama, pri čemu su oba u praznom hodu. Kretanjem pojedinih elementarnih delova skeleta, koje naravno zavisi od njihove udaljenosti od krute podloge, menja se brzina između vazduha i skeleta od koje zavisi sila trenja, pa samim tim i cela otpornost strujanja. Posledica je pojava blagog maksimuma koeficijenta apsorpcije na nižim frekvencijama koja je uočljiva samo pri velikim vrednostima otpornosti strujanja ($R_s = R'_s d$) i malim gustinama materijala. Ovi uticaji će biti zanemareni.

Na slici 2 koja je preuzeta iz lit. [5] izračunati su ovi koeficijenti apsorpcije u zavisnosti od (bezdimenzionih) parametara ε i ν koji glase:

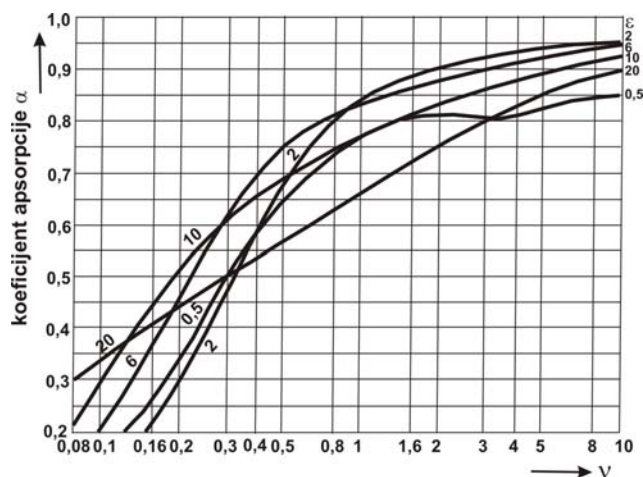
$$\varepsilon = \frac{R'_s d \sigma}{\rho c \sqrt{\chi}} \cong 2,5 \cdot 10^{-3} \frac{R'_s \sigma}{\sqrt{\chi}} \quad (25)$$

$$\nu = \frac{\omega d \sqrt{\chi}}{c} \cong 2 \cdot 10^{-2} f d \sqrt{\chi}$$

Za vrednosti ε koje nisu navedene treba izvršiti interpolaciju između krivih sa najbližim vrednostima. Inače, iz krivih na slici 2 lako se može zaključiti kako utiče veličina R_s na iznose α i kakva je u principu frekvencijska zavisnost α . Najveće vrednosti α dobiće se za vrednosti ε

između 2 i 6, a poboljšanje apsorpcije na niskim frekvencijama (donekle na štetu srednjih i viših) dobija se uzimanjem sve većeg ε . Uticaj veličina σ i χ je znatno manji, imajući u vidu granice u kojima se kreću.

Nije, međutim, a priori jasno kako se za vrlo različite materijale mogu izračunati koeficijenti apsorpcije iz jedinstvenih parametara ε i ν , s obzirom na to da u obrascu (25) figuriše 5 karakterističnih veličina, različitih za svaki materijal. Literatura koja se navodi u [5] nije dostupna (jedan članak u starijem istočnonemačkom časopisu i jedan je habilitacioni rad).



Slika 2 - Koeficijenti apsorpcije u difuznom zvučnom polju za porozni materijal na čvrstoj podlozi pri čemu se smatra da je skelet idealno krut

Uočljivo je na slici 2 da nema vrednosti za α ispod 0,2. To je ne samo zato što onda sloj poroznog materijala i nije neki značajan apsorber, nego i zbog toga što vrednosti izračunate pomoću teorijskih obrazaca nisu pouzdane. Pre svega zato što postoje gubici zvučne energije kao posledica efekata koji nisu uzeti u obzir u pomenutim obrascima, a koji se mogu zanemariti samo ako su glavni gubici, zbog otpornosti strujanja, veliki. Tako, na primer, ni prostiranje zvučnog talasa duž y ose na graničnoj površini materijala nije bez gubitaka, pa zatim na nižim frekvencijama treba uzeti u obzir povećane gubitke zbog odvođenja toplote kroz skelet poroznog materijala (izotermičke promene u vazduhu pora). Ovi poslednji se mogu izraziti kao dodatni koeficijent apsorpcije α_2 koji treba dodati teorijskom koeficijentu apsorpcije α_1 , pri čemu je:

$$\alpha_2 = \alpha_1 \frac{0,45}{\varepsilon^2 \chi} \quad (26)$$

Osim toga, na dobijeni koeficijent apsorpcije $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$ treba, kao najpribližnije rešenje, dodati i koeficijent apsorpcije same podloge, ma koliko da je on mali, jer podloga nikad nije idealno kruta.

Radi lakšeg snalaženja pri proračunu podsetićemo na fundamentalne obrasce:

$$\coth \alpha = \frac{e^\alpha + e^{-\alpha}}{e^\alpha - e^{-\alpha}} = \frac{1}{\tanh \alpha};$$

$$\coth(\alpha + \beta) = \frac{\coth \alpha \coth \beta + 1}{\coth \alpha + \coth \beta};$$

$$\coth \alpha = j \cot(j\alpha); \quad \coth(j\alpha) = -j \cot \alpha,$$

mada je ovo podsećanje suvišno pri korišćenju savremene računarske tehnike kojom se sve operacije proračuna jednostavno i trenutno obavljaju.

I ovde treba reći da ako je $\eta \gg \chi$, ni Z_{no} ni $\coth(\gamma_n d)$ ne zavise od θ , pa su w i $\cos \varphi$ koji se nalaze preko izraza (24) za normalnu impedancu konstantne vrednosti. Pritom se, naravno, koriste obrasci (18) i (19). Ali φ može imati razne vrednosti, pa se onda umesto obrasca (20) mora koristiti opšti izraz koji tek za $\varphi = \pi/4$ prelazi u (20). Taj izraz glasi:

$$\alpha = \frac{8 \cos \varphi}{w} \left[1 - \frac{\cos \varphi}{w} \ln(1 + 2w \cos \varphi + w^2) + \frac{\cos(2\varphi)}{w \sin \varphi} \arctan \frac{w \sin \varphi}{1 + w \cos \varphi} \right] \quad (27)$$

Jedino još vredi možda dodati da se, ako je $|\gamma_n d| \ll 1$, što je realno ostvarljivo samo pri malim debljinama materijala i (ili) na niskim frekvencijama, a i onda teško jer je tada η veliko, $\coth(\gamma_n d)$ može razviti u red čiji članovi brzo opadaju, a koji glasi:

$$\coth(\gamma_n d) = \frac{1}{\gamma_n d} + \frac{1}{3}(\gamma_n d) + \dots$$

Sada obrazac (24), uzimajući u obzir (18) i (19), daje:

$$Z_n = \frac{R_s}{3} - j \frac{\rho c^2 \kappa}{1,4 \omega \sigma d}$$

S obzirom na to da Z_n ne zavisi od θ , može se primeniti obrazac (27).

U literaturi [4] ide se korak dalje i navodi da se može, uzimajući još u obzir i to da je drugi član u izrazu za Z_n znatno veći od prvog, primeniti jednostavniji obrasc (14) koji daje zavisnost od ugla θ :

$$\alpha_\theta = \frac{4}{3} \frac{R_s}{\rho c \cos \theta} \left(\frac{1,4 \omega \sigma d}{\kappa c} \right)^2 \quad (28)$$

Ovaj obrazac, uzimajući $\theta = 45^\circ$, daje približne vrednosti α za vrlo tanke slojeve poroznog materijala (podni pokrivači). Za oba rezultata, tačniji i ovaj poslednji, treba navodno primenjivati korekcije u vezi sa obrascem (26) koje se tiču uticaja skeleta. U svakom slučaju u oblasti, u kojoj važi uslov $|\gamma_n d| \ll 1$, podloga će dosta doprineti iznosu koeficijenta apsorpcije kao i mnogi drugi već pomenuti faktori, jer će rezultati dobijeni samo pomoću obrasca (27) i (28) biti daleko ispod svake realne vrednosti. Zato celo ovo izvođenje ima više za cilj da pokaže kako se na tvrdoj podlozi realni član normalne impedance smanjuje na trećinu vrednosti, što naglo obara koeficijent apsorpcije na niskim frekvencijama.

C. Porozni materijal iza koga je slobodan prostor

U praksi će se vrlo retko naići na slučaj da se porozni materijal (zavesa, na primer) postavi ispred otvorenog prozora, što bi bila doslovna realizacija naslova poglavlja. Obično će to biti zavesa preko vrata iza kojih je druga, relativno velika prostorija (1), ili će to biti zavesa (draperija) koja slobodno visi u prostoriji (2). U slučaju (1) neće to biti vrednost koeficijenta apsorpcije, proračunata prema uputstvu koje važi za stanje u naslovu ovog poglavlja, nego se do njegove realne vrednosti mora doći preko dopunskog proračuna. Tome je razlog što se deo one zvučne energije koja je prošla u drugu prostoriju vraća iz te prostorije kroz isti porozni materijal opet u prvu prostoriju, a on, zbog male izolacione moći pregrade, najčešće nije zanemarljiv pa je potrebno poznavati i koeficijent transmisije poroznog

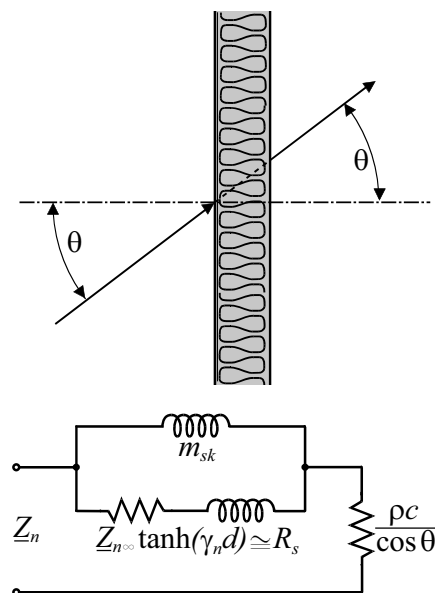
materijala (vidi lit. [7]). U slučaju (2) zvučna energija ostaje u istoj prostoriji posle prolaska kroz porozni materijal, pa će za apsorbovanu energiju biti merodavan tzv. koeficijent disipacije. Ovaj drugi slučaj javlja se u praksi kad se porozni materijal, osim iz dekorativnih razloga (draperije iznad otvora loža u pozorištu), primenjuje i kao sredstvo za promenljivu akustiku jedne sale (draperije koje se spuštaju iz plafona).

Do normalne impedance se relativno lako dolazi na niskim frekvencijama, kada se može smatrati da je materijal tanak u odnosu na talasnu dužinu zvuka (u materijalu), što važi približno dok je $d \leq 1/8$ talasne dužine $= c_n/(8f)$. Pogotovu je lako kad je još i $\eta \gg \chi$.

Kratak vod se tada može predstaviti kao jedan koncentrisani parametar, pa važi ekvivalentna električna šema na slici 3, i to za oba napred pomenuta slučaja (1) i (2). Porozni materijal je vod u kratkom spoju iza koga se kao redna veza nastavlja impedanca sredine $\rho c / \cos \theta$. Ulazna, u ovom slučaju normalna impedanca voda u kratkom spoju (i pri nepomičnom kosturu poroznog materijala), je:

$$Z_{no} = Z_{no} \tanh(\gamma_n d) \quad (29)$$

Ovde, međutim, treba uzeti u obzir i uticaj pomeranja mase kostura koje sada nije uvek zanemarljivo s obzirom na "kratko vezan" porozni materijal (Uticaj pomeranja delova mase kostura kao mehaničkog zvukovoda javlja se, kako smo rekli, čak i kod materijala na čvrstoj podlozi, samo je tu manje izražen, pa je bio zanemaren). Masa kostura se pojavljuje kao "induktivnost" u gornjoj paralelnoj grani na ekvivalentnoj šemi (m_{sk}) na slici 3 (vidi i lit. [6]).



Slika 3 – Ekvivalentna šema za objašnjenje uticaja mase kostura

Izraz (29) koji predstavlja impedancu u donjoj paralelnoj grani šeme na slici 5 daće rednu vezu jedne otpornosti R_r i jedne reaktance X_r . Radi nalaženja potrebnih veličina za proračun koeficijenta apsorpcije (vidi kasnije) treba paralelnu vezu na slici 3 pretvoriti u rednu i dobiti odgovarajuće parametre X_r i R_r sa slike 4. Rezultat glasi:

$$R_r = \frac{R_t}{\left(\frac{R_t}{X_k}\right)^2 + \left(1 + \frac{X_t}{X_k}\right)^2}$$

$$X_r = \frac{X_t + X_t^2/X_k + R_t^2/X_k}{\left(\frac{R_t}{X_k}\right)^2 + \left(1 + \frac{X_t}{X_k}\right)^2} \quad (30)$$

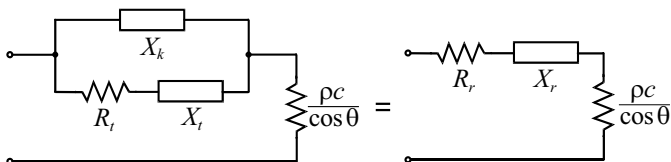
gde je $X_k = \omega m_{sk}$, a X_t u principu može biti pozitivno ili negativno.

Znajući vrednosti R_r i X_r , može se za svaku frekvenciju i za svaki upadni ugao izračunati koeficijent apsorpcije po obrascu (14), uzimajući da je $\underline{Z}_n = R_r + jX_r + \rho c / \cos \theta$. Rezultat je:

$$\alpha_\theta = \frac{\frac{4\rho c}{R_r \cos \theta} \left(1 + \frac{\rho c}{R_r \cos \theta}\right)}{\left(1 + \frac{2\rho c}{R_r \cos \theta}\right)^2 + \left(\frac{X_r}{R_r}\right)^2} \quad (31)$$

Za izračunavanje efektivnog koeficijenta apsorpcije kad porozni materijal deli dve sale ili visi slobodno u sali moraju se poznavati, kako je to već na početku ovog poglavlja pomenuto, još dve njegove karakteristike. To su koeficijent transmisije τ i koeficijent disipacije δ , odnosno jedna od njih, s obzirom da je $\alpha = \tau + \delta$. Da se dobije, na primer τ , treba podeliti apsorbovanu energiju na deo koji ostaje u materijalu (što zavisi od δ) i na deo koji preuzima slobodan prostor (što zavisi od τ). S obzirom na to da je u pitanju redna veza na slici 4, u želji da se dobije τ treba izraz (31) pomnožiti sa:

$$\frac{\rho c / \cos \theta}{R_r + \rho c / \cos \theta} = \frac{1}{1 + R_r \cos \theta / (\rho c)} = \frac{\frac{\rho c}{R_r \cos \theta}}{1 + \frac{\rho c}{R_r \cos \theta}} \quad (32)$$



Slika 4 – Elementi ekvivalentne redne veze

Množenjem (31) sa (32) dobija se:

$$\tau_\theta = \frac{\left(\frac{2\rho c}{R_r \cos \theta}\right)^2}{\left(1 + \frac{2\rho c}{R_r \cos \theta}\right)^2 + \left(\frac{X_r}{R_r}\right)^2} \quad (33)$$

Znajući τ posle primene integrala (15), lako se nalazi δ kao $\alpha - \tau$.

Za porozni materijal koji slobodno visi u sali koeficijent δ zamenjuje koeficijent α , jer energija koju preuzme slobodan prostor iza materijala ostaje u sali. S obzirom da su obe strane materijala površine S izložene zvučnom polju, ukupna apsorpcija poroznog materijala iznosi $A = 2S\delta$, što znači da koeficijent apsorpcije sada iznosi 2δ .

Izuzetno, za vrlo niske frekvencije, i za tanke porozne materijale, što je čest slučaj (2) u praksi, u donjoj grani ekvivalentnu šemu na slici 3 impedanca se svodi na R_s jer kad je $|\underline{Z}_n d| \ll 1$ postaje razvijanjem u red $\tanh(\underline{Z}_n d) \cong \underline{Z}_n d$. Obrazac (29) daje u ovom slučaju rezultat koji se dobija

množeći izraz (18) sa (19) i sa d , tako da se u donjoj paralelnoj grani kola na slici 3 javlja čisto R_s . Znajući R_s i m_{sk} (tj. X_k) može se za taj jednostavniji slučaj naći α_θ pomoću obrasca (14), uzimajući u izrazu (30) $X_t = 0$. Dobija se:

$$\alpha_\theta = \frac{1 + \frac{R_s \cos \theta}{\rho c} + \left(\frac{R_s}{X_k}\right)^2}{\left(1 + \frac{R_s \cos \theta}{2\rho c}\right)^2 + \left(\frac{R_s}{X_k}\right)^2} \quad (35)$$

S obzirom na to da sada faktor (32) postaje

$$\frac{1 + (R_s/X_k)^2}{1 + (R_s/X_k)^2 + \frac{R_s \cos \theta}{\rho c}}$$

koeficijent transmisije će biti:

$$\tau_\theta = \frac{1 + \left(\frac{R_s}{X_k}\right)^2}{\left(1 + \frac{R_s \cos \theta}{2\rho c}\right)^2 + \left(\frac{R_s}{X_k}\right)^2} \quad (36)$$

I sada se, naravno, primenjuje obrazac (15) da bi se dobile vrednosti koeficijenata u difuznom i homogenom zvučnom polju.

Izolaciona moć (R_θ) porozne pregrade nalazi se iz obrasca (36) za relativno tanak sloj poroznog materijala:

$$R_\theta = 10 \log \left[1 + \frac{\frac{R_s \cos \theta}{\rho c} \left(1 + \frac{R_s \cos \theta}{4\rho c}\right)}{1 + \left(\frac{R_s}{X_k}\right)^2} \right] \quad (37)$$

Ukoliko debljina materijala ne dozvoljava primenu koncentrisanih parametara i ekvivalentnih šema, treba prvo proveriti da li je sloj poroznog materijala dovoljno debeo da bi se koeficijent apsorpcije mogao naći koristeći obrasce (7), (8), odnosno (9) i sve ono što je rečeno u poglavlju 3.1 za beskonačno debeo sloj. Nazovimo taj koeficijent $\alpha_{\theta\infty}$. Kako je to na početku ovog poglavlja napomenuto, ovde se, međutim, javlja i problem koeficijenta transmisije koji se ne može naći primenjujući faktor (32), nego se mora koristiti koeficijent slabljenja μ_n koji se nalazi preko obrasca (9). Proizvod $\mu_n d$ određuje slabljenje zvučnog pritiska u poroznom materijalu na putu d za razne vrednosti ugla θ , i to tako što je odnos pritiska na kraju i na početku puta zvučnog talasa kroz materijal (zvukovod) $e^{-\mu_n d}$. Odnos zvučne snage na kraju zvukovoda i one na početku, tj. snage apsorbovane u materijal, ravan je prema tome $e^{-2\mu_n d}$. (Ovde sada treba uočiti naizgled paradoksalnu situaciju da se materijal posmatra kao beskonacno debeo, a na njegovoj drugoj strani izlazi zvučna energija. Stvar je u tome što je koeficijent apsorpcije praktično isti kao da je materijal beskonačno debeo, a koliko će zvučne energije apsorbovati materijal ipak zavisi od debljine materijala.) Kako je apsorbovana snaga na ulaznoj površini $\alpha_\theta \propto P_{u\theta}$ (gde je $P_{u\theta}$ raspoloživa snaga), nju treba množiti faktorom $e^{-2\mu_n d}$, a da bi se dobila snaga prenetu u drugu sredinu ($P_{\tau\theta}$), treba ovu snagu na kraju zvukovoda pomnožiti opet sa $\alpha_{\theta\infty}$. Znači da je:

$$\tau_\theta = \alpha_{\theta\infty}^2 e^{-2\mu_n d} \quad (38)$$

Da bi se dobilo statističko τ treba primeniti obrazac (15).

U literaturi [6] preporučen je jedan drugačiji postupak, nesumnjivo kraći. Uzet je parametar μ kao

karakteristika materijala, a to je vrednost koja se dobija iz obrasca (9) za $\theta = 0$, i ona se množi sa veličinom d' , a to je nešto uvećana veličina d . Preporučuje se da uvećanje bude 20%. Koeficijent transmisije postaje tako:

$$\tau = \alpha_{\infty}^2 e^{-2\mu d'} \quad (38a)$$

Iz (38a) nalazi se izolaciona moć kao:

$$R = 8,68 \mu d' + 20 \log(1/\alpha_{\infty}) \quad (39)$$

I obrazac (38) mogao se izvesti tako da se umesto μ_n koristi μ , kao karakteristika samog materijala nezavisna od upadnog ugla, pod uslovom da se množi sa odgovarajućim dužim putem dužim putem d' , a ne sa d (vidi sliku 7). Jasno je da je $d' = d/\cos\theta_2$, a prema zakonu prelamanja između dve sredine je $\sin\theta_1/\sin\theta_2 = c_1/c_2$, pri čemu je u ovom slučaju $\theta_1 = \theta$, a $c_1 = c_2$. Nalazeći $c_2 = c_n$ iz (9), dobiće se θ_2 , a potom i d' . Interesantno je da se za $\theta = 45^\circ$ i za malo η (ovde se uvek radi o visokim frekvencijama) dobija približno $d' = 1,2 d$, kako je u literaturi [6] preporučeno. Na osnovu toga može se zaključiti da se za dovoljno debele slojeve apsorpcionog materijala na višim frekvencijama, kada upotreba analogija nije moguća, može koristiti i obrazac (39). Koeficijent δ i sada ostaje kao $1 - \tau$.

Ako sloj materijala ne zadovoljava uslove beskonačno debelog sloja, onda se mora pribeći sledećem rešenju: tretirati normalnu impedancu $Z_{n\infty}$ u izrazu (7) kao karakterističnu impedancu voda za dati ugao θ , a i normalnu impedancu vazdušne sredine iza materijala $\rho c/\cos\theta$ kao impedancu kojom je završen vod Z_{nz} , pa ulaznu normalnu impedancu izračunati kao u telekomunikacijama. Obrazac je:

$$Z_n = Z_{n\infty} \frac{1 + \frac{Z_{n\infty}}{Z_{nz}} \tanh(\gamma_n d)}{\frac{Z_{n\infty}}{Z_{nz}} + \tanh(\gamma_n d)} \quad (40)$$

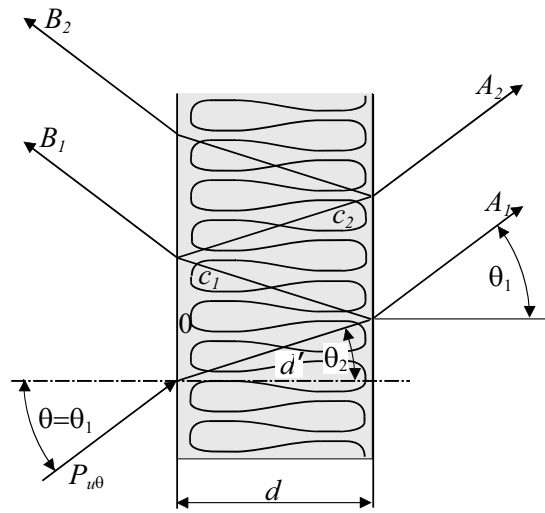
Ako se uzme da $Z_{nz} \rightarrow \infty$ (tvrda podloga na kraju zvukovoda tj. poroznog materijala), dobiće se izraz (24), a za $Z_{nz} = 0$ izraz (29). U slučaju koji se ovde razmatra je $Z_{nz} = \rho c/\cos\theta$.

Izraz (40) daće vrednosti za R_n i X_n koje omogućavaju nalaženje koeficijenta apsorpcije pri uglu incidencije θ po obrascima (14). Ovde je naravno pretpostavljeno da se uticaj vibracija kostura na višim frekvencijama, kada se uglavnom javlja potreba za primenom obrasca (40), može zanemariti. Dalje se do statističkog α stiže uobičajenim putem, a eventualno se može koristiti samo α_{45} , što se pokazalo primenjujući proračune.

Koeficijent transmisije, potreban da bi se dobilo δ , nalazi se dosta komplikovanim postupkom jer bi sada bilo potrebno naći zvučni pritisak i brzinu čestica na drugoj strani poroznog materijala i naći zvučnu snagu koju preuzima impedanca $\rho c/\cos\theta$. Jednostavniji je pristup preko druge teorije, ilustrovane na slici 5.

S obzirom da sloj materijala nije dovoljno deo, raspoloživa snaga $P_{u\theta}$, pomnožena sa τ_{θ} iz obrasca (38) predstavlja sada samo deo snage A_1 koja je prešla u slobodan prostor pri prvom prolazu kroz materijal. Ovo A_1 , podeljeno sa $\alpha_{\theta\infty}$, a pomnoženo sa $(1 - \alpha_{\theta\infty})$, predstavlja snagu koja je od iste površine krenula nazad. Ovaj iznos kad se pomnoži sa $e^{-2\mu_n d}$, daje snagu C_1 koja se posle refleksije na desnoj graničnoj površini vratila do leve granične površine materijala i vazduha. Ona iznosi:

$$C_1 = \alpha_{\theta\infty} (1 - \alpha_{\theta\infty}) e^{-4\mu_n d} P_{u\theta} \quad (41)$$



Slika 5 – Zvučni talas u debljem sloju poroznog materijala

Što se tiče koeficijenata apsorpcije i transmisije, sada se postupak ponavlja. Izraz (41), pomnožen sa $(1 - \alpha_{\theta\infty})$, daje snagu koja je opet krenula nadesno, pa će pomnožena sa $\alpha_{\theta\infty}$ i $e^{-2\mu_n d}$ dati snagu

$$A_2 = \alpha_{\theta\infty}^2 (1 - \alpha_{\theta\infty})^2 e^{-6\mu_n d} P_{u\theta}$$

koja povećava τ , a ovako dobijen iznos, pomnožen sa $(1 - \alpha_{\theta\infty})$ i $e^{-2\mu_n d}$, daće novi deo B_2 snage za koji se umanjuje $\alpha_{\theta\infty}$. U pitanju su geometrijski redovi koji se lako sabiraju i konačno se dobija, naravno posle deljenja sa raspoloživom snagom $P_{u\theta}$:

$$\tau_{\theta} = \frac{\alpha_{\theta\infty}^2 e^{-2\mu_n d}}{1 - (1 - \alpha_{\theta\infty})^2 e^{-4\mu_n d}} \quad (43)$$

$$\alpha_{\theta} = \alpha_{\theta\infty} - \frac{\alpha_{\theta\infty}^2 (1 - \alpha_{\theta\infty}) e^{-4\mu_n d}}{1 - (1 - \alpha_{\theta\infty})^2 e^{-4\mu_n d}} \quad (44)$$

Iz (43) može se direktno dobiti izraz (38a) ako se uzme da je $\mu_n d = \mu d' \gg 1$.

Koeficijent disipacije dobija se kao razlika α i τ , ali se može lako izvesti i odgovarajući obrazac na isti način kao u prethodnim slučajevima. Za prvu putanju d' talasa kroz porozni materijal izgubljena snaga u materijalu je razlika onog što je bilo na početku putanje, a to je $\alpha_{\theta\infty} P_{u\theta}$ i onog što se stiglo do desne površine materijala, a to je prethodni iznos pomnožen sa $e^{-2\mu_n d}$, dakle

$$\alpha_{\theta\infty} (1 - e^{-2\mu_n d}) P_{u\theta}$$

Ovo je prvi član geometrijskog reda, a faktor množenja ostalih članova je

$$q = (1 - \alpha_{\theta\infty}) e^{-2\mu_n d}$$

Na taj način se dobija da je

$$\delta_{\theta} = \frac{\alpha_{\theta\infty} (1 - e^{-2\mu_n d})}{1 - (1 - \alpha_{\theta\infty}) e^{-2\mu_n d}} \quad (45)$$

Dobivši vrednosti (43) do (45), primenjuje se naravno integral (15).

D. Porozni materijal na relativno maloj udaljenosti od krute podloge (zida)

Ovo je na neki način nastavak prethodnog poglavlja, s tim što se sada samo menja impedanca vazdušne sredine

iza poroznog materijala. Najopštije, menja se impedanca Z_{nz} u obrascu (40). Umesto $\rho c / \cos \theta$ iz prethodnog poglavlja, dolazi nova koja će odmah biti izvedena.

Normalna impedanca sloja vazduha ispred krutog zida (vidi sliku 6) može se relativno jednostavno izvesti iz teorije načete u literaturi [3]. Dobija se da je u prostoru ispred krutog zida zbir progresivnog i reflektovanog talasa zvučnog pritiska:

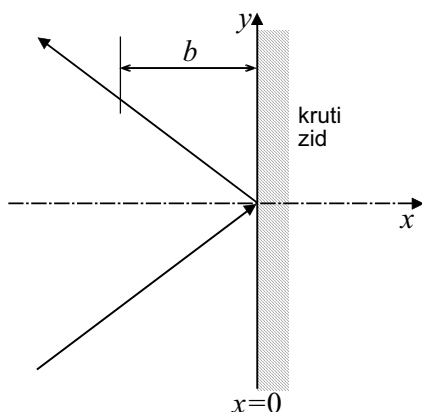
$$\underline{p} = \hat{p} e^{j\omega t} \left[e^{-j(kx \cos \theta + ky \sin \theta)} + e^{j(kx \cos \theta - ky \sin \theta)} \right] = 2 \hat{p} e^{j\omega t} e^{-jk y \sin \theta} \cos(kx \cos \theta) \quad (46)$$

Komponenta brzine čestica normalna na zid nalazi se kao

$$v_x = j \frac{1}{\omega \rho} \frac{\partial p}{\partial x},$$

što daje normalnu impedancu vazdušnog sloja ispred zida u tački $x = -b$ (vidi sliku 6):

$$\underline{Z}_{nz} = \frac{p}{v_x \text{ na } x=-b} = -j \frac{\rho c}{\cos \theta} \cot(kb \cos \theta) \quad (47)$$



Slika 6 – Impedanca vazdušnog sloja ispred zida

Izraz (47) predstavlja impedancu koja se, ako se materijal postavi na rastojanju b od krute podloge (sl. 6), vezuje na red sa impedancom $\underline{Z}_r = R_r + jX_r$, datom izrazom (30). Naravno pod uslovom da je materijal dovoljno tanak u smislu koji je objašnjen u poglavlju 3.3, mogu se primeniti analogije, ili se, ako materijal ne ispunjava ovaj uslov, ponovimo $b \leq c/(8f)$, impedanca (47) unosi u obrazac (40).

I sam izraz (47) može se uprostiti ako je $bk \ll \lambda$, tj. ako je debljina sloja vazduha $b \leq c/(8f)$, što se javlja pri maloj dubini vazdušnog međuprostora i (ili) na niskim frekvencijama, onda $\cot(kb \cos \theta)$ postaje približno $1/(kb \cos \theta)$, odnosno

$$\underline{Z}_{nz} = -j \frac{\rho c^2}{\omega b \cos^2 \theta} \quad (48)$$

što pokazuje da sloj vazduha iza poroznog materijala postaje čista akustička kapacitivnost (kondenzator u ekvivalentnoj šemi).

Treba odmah uočiti iz (48) da je vazdušni sloj sve krući ukoliko je ugao incidencije veći. Za vrlo malo kb , istom analizom kojom je izveden obrascu (35), pokazuje se da impedanca \underline{Z}_r postaje R_s (pri čemu je zanemaren uticaj mase kostura jer se ovde, u naredna tri obrasca, radi samo o ilustraciji jedne pojave). Sada je:

$$\underline{Z}_n = R_s - j \frac{\rho c^2}{\omega b \cos^2 \theta}. \quad (49)$$

Primena obrasca (14) daje:

$$\alpha_\theta = \frac{\frac{4 \rho c}{R_s \cos \theta}}{\left(1 + \frac{\rho c}{R_s \cos \theta}\right)^2 + \left(\frac{\rho c^2}{R_s \omega b \cos^2 \theta}\right)^2} \approx \frac{4 R_s (kb)^2 \cos^3 \theta}{\rho c} \quad (50)$$

Naime, prvi sabirak u imenitelju sadrži dve veličine približno istog reda, ρc i R_s , dok je drugi sabirak, zbog $kb = \omega b/c \ll 1$, mnogo veći, tako da se prvi sabirak može zanemariti. Vidi se da koeficijent apsorpcije sa povećanjem upadnog ugla vrlo brzo opada i – ne zaboravimo – da se sve događa na niskim frekvencijama gde je apsorpcija poroznog materijala najslabija. Da se ovaj efekt umanjuje, pribegava se kasetiranju vazdušne komore iza poroznog materijala, u vidu saća, tako da se zvučni talas po izlasku iz poroznog materijala prostire praktično samo duž x ose. U tom slučaju kosinus u izrazu (49) postaje jedinica, pa se umesto (50) dobija:

$$\alpha_\theta = \frac{4 R_s (kb)^2}{\rho c \cos \theta} \quad (51)$$

Dakle, pri kasetiranju vazdušnog međuprostora koeficijent apsorpcije se sa porastom θ čak povećava. To je razlog zašto se kasetiranju često pribegava, a to pri proračunu znači da se u obrascima za \underline{Z}_{nz} , tj u (47) ili (48), uzima $\theta = 0$.

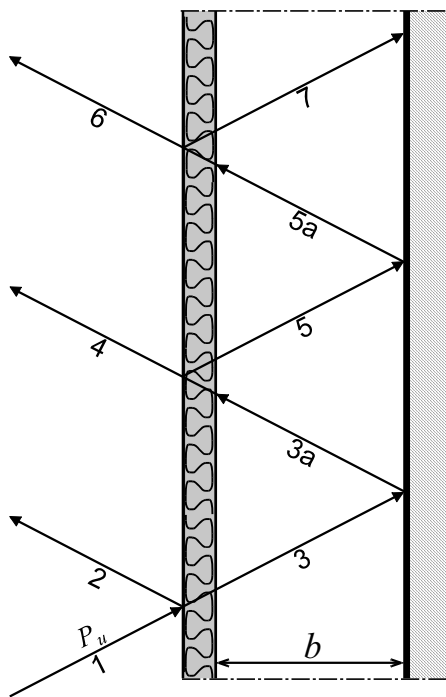
Ovde se može postaviti pitanje da li kasetiranje i samog poroznog materijala kad je, na primer, na čvrstoj podlozi ima nekog uticaja. Tamo gde bi povećanje apsorpcije bilo poželjno, a to je na nižim frekvencijama, većinom je η veliko, tako da ni normalna impedanca ni konstanta prostiranja ne zavise od upadnog ugla. Na višim frekvencijama, međutim, razlike su minimalne, reda jednog procenta.

Naravno da horizontalne i vertikalne dimenzije kasete moraju biti znatno manje od talasne dužine, tako da se može smatrati da u kasetama praktično nema poprečnog prostiranja zvučnog talasa. Nažalost, retko se u mernim podacima o apsorpcionom materijalu nalaze precizniji detalji (u ovom smislu) o nosećoj potkonstrukciji, tako da će se kod proračunatih vrednosti pojaviti dosta velike razlike u zavisnosti od toga da li se uzme da je vazdušna komora kasetirana ili nekasetirana. Još jednu dodatnu teškoću predstavlja činjenica da uvek postoji neka potkonstrukcija i da ona, mada nije u vidu strogo zatvorenih kasete, uvek delimično sprečava prostiranje ustranu od x ose. Posebno je pitanje i šta se događa ako potkonstrukcija ograničava prostiranje samo u jednom pravcu, na primer po horizontali, dok po vertikali nema ograničenja. Nema načina da se nešto od ovoga precizno uzme u obzir. Za proračun važi da se potraži neka sredina između potpuno kasetiranog i potpuno slobodnog vazdušnog međuprostora.

Ovim je rečeno sve što je potrebno za proračun koeficijenta apsorpcije poroznog materijala na izvesnoj, ali još uvek ne na suviše velikoj udaljenosti od krute podloge. Treba jedino dodati da se na višim frekvencijama prema obrascu (47) mogu javiti za razne uglove θ (kod nekasetirane potkonstrukcije) i za razne frekvencije kako pozitivni tako i negativni predznaci impedance \underline{Z}_{nz} , a time i dosta velike promene impedance \underline{Z}_n koju treba uneti u

obrazac (14). Na primer, kada je $b = \lambda/2$ kod kasetirane potkonstrukcije impedanca Z_{nz} teorijski postaje beskonačno velika, a već kad je $b \geq \lambda$ kotangens može imati sve vrednosti od $-\infty$ do $+\infty$. To će dovesti do pojave minimuma i maksimuma u frekvencijskoj i ugaonoj zavisnosti koeficijenta apsorpcije, pa kod nekasetirane potkonstrukcije α_{45} ne može zameniti α . Ova kolebanja bi se mogla smanjiti kad bi se kotangens u izrazu (47) umesto za jednu od šest frekvencija (od 125 do 4000 Hz) uzimao kao srednja vrednost za celu pripadajuću oktavu, ali to bi već bilo cepidlačenje. (Nije na odmet podsetiti se na kraju da kod kasetirane potkonstrukcije $\theta = 0$ važi samo za Z_{nz} , ali ne i u obrascu (14) gde on pripada upadnom uglu zvučnog talasa.

Pri proračunima javiće se dosta velike razlike u zavisnosti od toga je li potkonstrukcija kasetirana ili nije, naročito na nižim frekvencijama. Uočiće se da pri manjoj dubini vazdušne komore letve potkonstrukcije stvaraju neku vrstu kasete, pre svega na niskim frekvencijama. Na višim frekvencijama rastojanje tih istih letava postaje sve veće od talasne dužine i sve smo bliži vazdušnoj komori bez pregrada. Pri većoj dubini vazdušne komore letve će biti sigurno daleko od krute podloge (na nekim mestimično postavljenim osloncima) i zato bolje odgovara slučaj nekasetirane komore. U svakom slučaju α_{45} nije više dobar zastupnik koeficijenta apsorpcije u difuznom zvučnom polju. Ako je rastojanje b dovoljno veliko (kod zavesa najčešće), preciznije ako je $b \geq 3\lambda$ može se smatrati da je iza materijala (zavesa) slobodan prostor. U ovom slučaju se, međutim, energija koja je prošla zavesu ipak ne rastura po celoj prostoriji, nego se deo nje vraća odmah opet kroz zavesu u prostoriju, pa od tih odnosa zavisi stvarna vrednost koeficijenta apsorpcije, nešto slično onome što je već rečeno u uvodnom odeljku poglavlja 3.3.



Slika 7 – Porozni materijal ispred krutog zida

Smatra se da su poznati α i τ materijala (zavesa), nađeni preko α_θ i τ_θ na način opisan u poglavlju 3.3, dakle uz pretpostavku da je iza zavesa neograničen slobodan prostor. Obeležićemo ih sa α_{sl} i τ_{sl} . Analiza je ilustrovana

na slici 7 (gde je radi jasnoće slike ukupnoj raspoloživoj snazi P_u dat neki upadni ugao). Zvučni talas (na slici obeležen sa 1) koji ima snagu P_u pogađa zavesu. Deo te snage $\tau_{sl} P_u$ (obeležen sa 3) prolazi na drugu stranu i nailazi na zid čiji je koeficijent apsorpcije α_z , a deo (2) ravan $(1 - \alpha_{sl})P_u$ se vraća u prostoriju. Deo $\tau_{sl} P_u$ posle refleksije od zida vraća se do zavesa (3a) kao $\tau_{sl}(1 - \alpha_z)P_u$ i od njega deo (4) $\tau_{sl}^2(1 - \alpha_z)P_u$ prelazi takođe u prostoriju i doprinosi ukupnom reflektovanom zvuku. Za deo snage koji se reflektovao sa druge strane zavesa i ostao u međuprostoru ponavlja se ista sudbina i njegov doprinos posle puta (5) i (5a) trećem delu ukupnog reflektovanog zvuka (6) u prostoriju je $\tau_{sl}^2(1 - \alpha)(1 - \alpha_z)^2 P_u$. Proces se ponavlja u vidu geometrijskog reda sa izdvojenim prvim članom, a zbir je ukupni reflektovani zvuk dat izrazom:

$$P_r = P_u \left[(1 - \alpha_{sl}) + \frac{\tau_{sl}^2(1 - \alpha_z)}{1 - (1 - \alpha_{sl})(1 - \alpha_z)} \right] \quad (52)$$

Ukupna snaga koju zavesa apsorbuje iz prostorije dobija se kao $P_\alpha = P_u - P_r$, a količnik P_α/P_u daje koeficijent apsorpcije zavesa u datom slučaju:

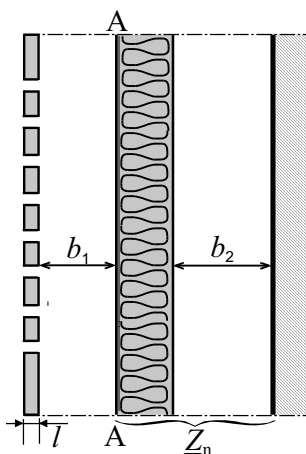
$$\alpha_{\text{eff}} = \alpha_{sl} \left\{ 1 - \frac{\tau_{sl}^2}{\alpha_{sl}^2 \left[1 + \frac{\alpha_z}{\alpha_{sl}(1 - \alpha_z)} \right]} \right\} \quad (53)$$

Zavesa se u praksi javljaju često ne samo kao odabrani apsorpcioni materijal, nego i kao element rešenja interijera. One su najčešće toliko tanke da se na svim frekvencijama mogu primeniti analogne električne šeme sa rednom vezom njihove impedance po obrascu (29), odnosno (31), i impedance vazdušne komore (47) ili (48). Naravno, može se koristiti i obrazac (40). Za zavesa je karakteristično što se uvek radi o nekasetiranoj komori. Glavni problem ovde je nabranost zavesa, čime se na neizračunljiv način povećava debljina materijala. Tada jedino pomaže uvid u merne podatke kod sličnih slučajeva [5].

E. Perforirana ploča

Kao poslednji slučaj može se pogledati kako deluje kao apsorber perforirana tanka ploča kad se nalazi ili ispred poroznog materijala, ili sama ispred neke tvrde pregrade (ovaj drugi slučaj bila bi u praksi takva ploča kao spušten plafon kroz koji se ili provodi vazduh ventilacionog sistema ili koji služi kao optička maska).

Odnosi su prikazani na slici 8. Iza perforirane ploče može postojati neki vazdušni međuprostor tako da je porozni materijal na (obično) malom rastojanju b_1 . To se i najčešće radi da bi cela površina poroznog materijala bila efikasan apsorber, a ne samo onaj deo neposredno iza rupa perforacije. Debljina ploče l je praktično uvek, a i debljina sloja vazduha b_1 , mala u odnosu na talasnu dužinu zvuka, i ti elementi se mogu smatrati koncentrisanim parametrima električnog kola. Oni se na ekvivalentnoj šemi vezuju na red sa normalnom impedancijom kojom je predstavljeno sve ono što sledi desno od linije A – A i tako se dobija nova normalna impedansa cele konstrukcije. Proračun koeficijenta apsorpcije obavlja se dalje po uobičajenom postupku. Time je sve rečeno, ali treba još ukazati na neke specifičnosti.



Slika 8 – Perforirana ploča ispred poroznog materijala

Uzak sloj vazduha b_1 ima površinsku masu i paralelnu elastičnost vazduha koje su zanemarljive prema ostalim parametrima. Ostaje perforirana ploča. Otpornost strujanja relativno velikih rupa takve tanke ploče takođe je beznačajna i tako još ostaje samo reaktanca vazduha u rupama koja se sabira sa impedancom na liniji A - A, a koja iznosi [3]:

$$X_p = \frac{\omega \rho l_{\text{eff}}}{p}, \quad (54)$$

gde je p perforacija, tj. odnos površine otvora svih rupa prema ukupnoj površini koju one zauzimaju, a $l_{\text{eff}} = l + \Delta l$ je korigovana debljina ploče. Za okrugle rupe poluprečnika a biće:

$$\Delta l = 0,8 a (1 - 1,4 \sqrt{p}), \quad (55)$$

a toliko je i za četvrtaste rupe iste površine. Za druge oblike perforacije treba konsultovati specijalizovanu literaturu (iznos Δl uzima u obzir da se korekcija debljine dodaje samo sa jedne, desne strane perforirane ploče jer se normalna impedanca računa od granične linije cele konstrukcije).

Ako je, naprotiv, $b_1 \geq 3\lambda$, onda se koristi obrazac (53), pri čemu je α_z koeficijent apsorpcije konstrukcije koja se nalazi desno od linije A - A, s tim što je ovde još $\tau_{\text{sl}} = \alpha_{\text{sl}}$ jer nema gubitaka zvučne energije u perforiranoj ploči. Umesto obrasca (53) tada je:

$$\alpha_{\text{eff}} = \tau_{\text{sl}} \left[1 - \frac{1}{1 + \frac{\alpha_z}{\tau_{\text{sl}}(1 - \alpha_z)}} \right] \quad (56)$$

Za nalaženje τ_{sl} kod perforirane ploče koristi se inače [3] obrazac:

$$\tau_{\text{sl}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega m_s \cos \theta}{2 \rho c} \right)^2} \quad (57)$$

Ovde je ostavljena opšta oznaka m_s za površinsku masu pregrade koja je u slučaju perforirane ploče data izrazom $\rho l_{\text{eff}}/p$ (vidi (54)), ali umesto perforirane ploče ispred poroznog materijala može se staviti i vrlo tanka i samim tim vrlo laka a neperforirana plastična folija, pa je m_s onda njena površinska masa. Metoda proračuna se ne menja.

Ovde treba još napomenuti da se dešava u praksi da je perforirana ploča priljubljena uz porozni materijal. U tom slučaju ne samo da nema korekcije Δl , nego se Z_{no} za porozni materijal mora pri proračunu, konkretno u obr. (24) ili (29), podeliti sa perforacijom p . Razlog je taj što cela površina poroznog materijala više ne učestvuje u apsorpciji zvuka nego samo deo veličine otvora ploče. Naravno, ako je materijal deblji, onda se prostiranje zvuka kroz porozni materijal postepeno širi na sve veću površinu, ali to se ne može obuhvatiti proračunom. U svakom slučaju dolazi do porasta cele normalne impedance Z_n desno od linije A-A. Zato se u takvoj situaciji uz ploču priljubljuje znatno tanji porozni materijal, uz zadržavanje istog razmaka b_2 od zida.

IV. ZAKLJUČAK

Pomoću obrazaca datih u ovom radu mogu se dosta pouzdano proračunati koeficijenti apsorpcije poroznih materijala za praktično sve načine njihove primene u praksi. U tu svrhu potrebno je poznavati njihove osnovne parametre. Međutim, ako postoje merni podaci za neki materijal pod određenim uslovima primene, iz ovde datih obrazaca mogu se naći ti isti parametri koji se onda mogu koristiti za druge načine postavljanja istih poroznih materijala. Za merenje, ako se tome mora pribеći, naročito je brzo i jednostavno kad je materijal postavljen na tvrdu podlogu (izbegava se montaža potkonstrukcije), a onda slika 2 pruža mogućnost da se dođe lako do potrebnih parametara.

Osim toga, osnovni teorijski pristup problemima iz ovog rada nije nigde dat u literaturi na našem jeziku, a to naravno važi i za ono što je u ovom radu novina za datu oblast, pa je ovo na neki način i dopuna udžbeničke literature.

LITERATURA

- [1] H. Kurtović: Proračunavanje vremena reverberacije, *Nauka Tehnika Bezbednost*, Beograd, 2003
- [2] F.P.Mechel: Schallabsorber, Band I, II, III, *S.Hirzel Verlag*, Stuttgart, 1989
- [3] H. Kurtović: Osnovi tehničke akustike, *Naučna knjiga*, Beograd, 1990
- [4] L. Cremer, H. Mueller: Die wissenschaftlichen Grundlagen der Raumakustik, Band II, *S.Hirzel Verlag*, Stuttgart, 1978
- [5] W. Fasold, E. Sonntag: Bauphysikalische Entwurfslehre, Band 4, *Verlagsgesellschaft Rudolf Mueller*, Koeln, 1972.
- [6] L. Beranek: Noise Reduction, *McGraw Hill Book Company*, 1960
- [7] H. Kurtović: Uticaj tampon-zone male veličine na prenošenje buke iz jedne prostorije u drugu, *ETRAN*, 2005

ABSTRACT

This paper contains fundamental principles needed to calculate the sound absorption coefficient of porous materials on condition that their basic parameters are known. The formulas are derived by means of analogies with electric lines and electric circuits, as it is usual in acoustics. Some cases, generally avoided in literature, except in a very specialized one, are equally treated in the same way, whereby some new and original solutions are presented.

THE CALCULATION OF THE SOUND ABSORPTION COEFFICIENT OF POROUS MATERIALS

Husnija Kurtović